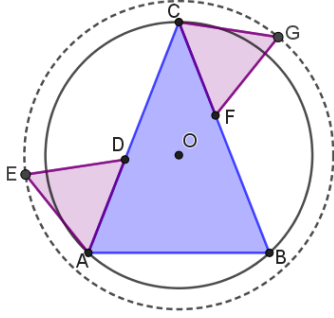


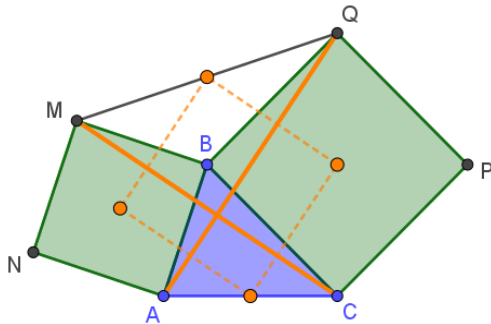
1. במישור נתונים ישר ונקודה מחוץ לו. כיצד לבנות ישר שעובר בנקודה הנתונה ופוגש את הישר הנתון בזווית של  $60^\circ$ ?



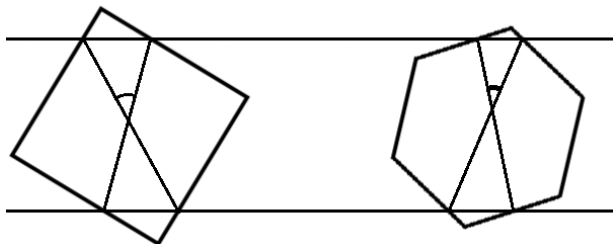
2. משולש ABC שווה שוקיים:  $AC = BC$ . על השוקיים AB ו-AC נבחרו נקודות D ו-F בהתאמה, כך ש- $AD = CF$ . הרואו ובונים כלפי חוץ משולשים משוכללים ADE ו-CFG. הרואו כי הנקודות E ו-G נמצאות על מעגל עם אותו המרכז כמו המעגל החוסם של המשולש ABC.

3. בתוך ריבוע ABCD בוחרים נקודה X. הרואו שהאנכים דרך A, B, C ו-D בהתאמה לישרים AX, BX, CX, DX נחתכים בנקודה אחת.

4. מסובבים את המישור סביב נקודה A בזווית  $\alpha$ , ואחרי זה סביב נקודה B בזווית  $\beta$ . האם ניתן לתאר את העתקה זו בתור סיבוב אחד? אם כן, איפה נמצא מרכז הסיבוב?



5. על צלעות המשולש ABC בונים כלפי חוץ ריבועים ABMN ו-BCPQ. הרואו כי AQ ו-CM מאונכים זה לזה ושווים באורכם. הסיקו כי מרכזי הריבועים ואמצעי הקטעים AC ו-MQ יוצרים ריבוע.

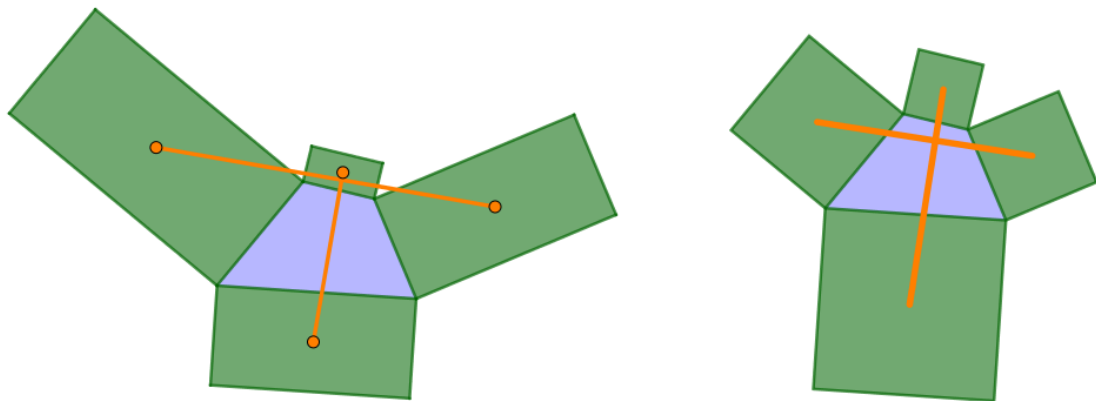


6. בציור מופיעים פס אופקי, ריבוע ומשושה משוכלל, העובי של כולם זהה (כאשר העובי הוא מרחק בין צלעות מקבילות). מצאו את הזוויות המסומנות.

7. על הצלעות של משולש חד-זוויות  $ABC$  נבנו כלפי חוץ משולשים משוכללים  $ABZ$ ,  $ACY$ ,  $BCX$ . הוכיחו כי  $AX$ ,  $BY$ ,  $CZ$  שווים-אורך ונחתכים בנקודה אחת בזוויות של 60 מעלות.

8. על כל צלע של משולש  $ABC$  כלשהו בונים כלפי חוץ משולשים משוכללים. הוכיחו שמרכזי המשולשים שנבנו יוצרים משולש משוכלל.

9. על הצלעות של מרובע  $ABCD$  בונים כלפי חוץ ריבועים. מרכזי הריבועים הם  $P, Q, R, S$  בסדר זה. הראו כי  $PR$  שווה באורכו ומאונך ל- $QS$ . הכלילו למקרה של מלבנים.



10. בתוך המרובע  $ABCD$  נמצאת נקודה  $K$  כך שהמשולשים  $KAB$ ,  $KCD$  משוכללים. הראו כי קיימים משולשים משוכללים  $DAN$ ,  $BCM$  עם מרכז משותף.

11. נתון משושה  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$  (לשם נוחות נניח כי  $A_7 = A_1$ ). על צלעותיו בונים קלפי חוץ משולשים משוכללים  $A_iA_{i+1}B_i$ . נתון כי  $B_1B_3B_5$  משולש משוכלל. הראו כי גם  $B_2B_4B_6$  משולש משוכלל.

# העתקה ספירלית

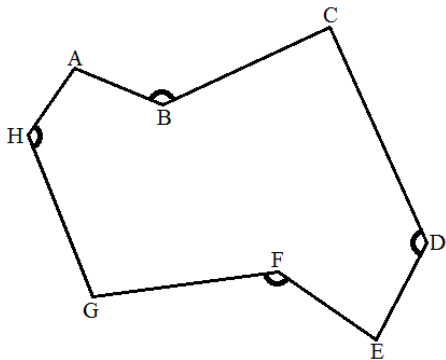
העתקה ספירלית זה שילוב של מתיחה אחידה וסיבוב (עם אותו מרכז).

1. קיימת העתקה ספירלית, מרכז ב-O, שמעבירה את A ל-B ואת C ל-D. הוכיחו שקיימת גם העתקה ספירלית עם מרכז ב-O שמעבירה את A ל-C ואת B ל-D.

2. האם שילוב של מתיחה אחידה וסיבוב בעל מרכז אחר הוא גם העתקה ספירלית? האם שילוב של שתי העתקות ספירליות כלשהן זו העתקה ספירלית?

3. בריבוע נתון חסומים 1993 משולשים משוכללים נתונים (כל הקודקודים של כל המשולשים נמצאים על ההיקף של הריבוע). הוכיחו, שקיימת נקודה שנמצאת על היקף של 499 משולשים

4. הריבועים ABCD, KLMN מכוונים שניהם נגד כיוון השעון (לאו דווקא מקבילים). הישרים AK ו-BL נפגשים בנקודה P, הישרים BL ו-CM הישרים CM ו-DN בנקודה Q, הישרים DN ו-KA בנקודה R, הוכיחו ש-8 המעגלים PAB, PKL, QBC, QLM, RCD, RMN, TDA, TNK נפגשים בנקודה אחת.



5. במתומן ABCDEFGH מתקיים  
 $360^\circ - \angle B = \angle D = 360^\circ - \angle F = \angle H$   
 ובנוסף  $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{CD} = \frac{EF}{FG} = \frac{AH}{GH}$   
 הוכיחו כי BDFH מקבילית.

6. נתונים 4 ישרים במישור  $l_1, l_2, l_3, l_4$ . כל שני ישרים נחתכים בנקודה; נקודת החיתוך של  $l_i$  ו- $l_j$  תסומן  $P_{i,j}$ . הוכיחו כי המעגלים החוסמים של המשולשים  $P_{2,3}P_{2,4}P_{3,4}$ ,  $P_{1,3}P_{1,4}P_{3,4}$ ,  $P_{1,2}P_{1,4}P_{2,4}$ ,  $P_{1,2}P_{1,3}P_{2,3}$  נפגשים בנקודה אחת.

7. נתון משולש  $ABC$ . על הישרים  $BC$ ,  $CA$  ו- $AB$  בוחרים נקודות  $X$ ,  $Y$  ו- $Z$ , כך שהמשולש  $XYZ$  הוא משוכלל והכי קטן שיכול להיות בתנאים אלה. הראו שהאנכים מנקודות  $X$ ,  $Y$  ו- $Z$  לצלעות המשולש שמכילים אותם, נפגשים בנקודה אחת.

8. במשולש  $ABC$  הצלע  $AC$  גדולה יותר מ- $AB$ . נקודות ההשקה של המעגל החסום עם הצלעות  $AB$ ,  $CA$ ,  $BC$  הן  $F$ ,  $E$ ,  $D$  בהתאמה. האנך מ- $D$  לישר  $FE$  חותך את הצלע  $AB$  בנקודה  $G$ . הראו שהמעגלים החוסמים של  $ABC$ ,  $AEF$  ו- $BDG$  נפגשים בנקודה אחת.

9. שלושה קיפודים נמצאים בקודקודים של משולש משוכלל שאורך הצלע שלו 100 מטרים. ברגע מסוים כל קיפוד הולך בקו ישר: הקיפוד הראשון הולך מטר, השני שני מטרים, והשלישי 3 מטרים.

א. האם יתכן שבסוף הקיפודים נמצאים בקודקודים של משולש משוכלל?

ב. האם יתכן שבסוף הקיפודים נמצאים בקודקודים של משולש משוכלל באותו גודל כמו המשולש המקורי?

ג. שאלה דומה עבור ריבוע: האם יתכן שארבעה קיפודים התחילו בקודקודים של ריבוע עם אורך צלע 100 מטר, עברו מרחקים 1, 2, 3 ו-4 מטרים (לאו דווקא בסדר זה), וסיימו את תנועתם בקודקודים של ריבוע?