

תרגיל בתורת המספרים

1. נתונים שני מספרים ראשוניים אי זוגיים שונים: p ו- q . הראו שקיים מספר שלם s

$$p^q + q^p = 2pqs + p + q$$

2. הראו שלכל ראשוני $p > 7$ מתקיים $3^{p-2} + 7^{p-2} + 42^{p-2} - 2^{p-2}$ מתחלק ב- p .

3. הראו כי $\left(4 - \frac{2}{1}\right)\left(4 - \frac{2}{2}\right)\left(4 - \frac{2}{3}\right) \dots \left(4 - \frac{2}{n}\right)$ הוא מספר שלם.

4. מצאו את כל הפתרונות הטבעיים למשוואה $z^2 = 3^x - 5^y$.

5. מצאו את כל המספרים הטבעיים a, b כך ש $ab^2 + b + 7 \mid a^2b + a + b$.

6. הראו שלכל מספר ראשוני p ומספר שלם n קיימים 3 מספרים שלמים a, b, c כך

$$a^3 + b^3 + c^3 + n$$
 מתחלק ב- p .

7. הראו שלא קיים מספר שלם $a > 1$ כך ש $2^{2^n} + a$ ראשוני לכל n .

8. נתון כי $1 + 2^n + 4^n$ הוא מספר ראשוני, הראו כי n הוא חזקת 3.