

דרגת נקודה

1. במשולש ABC הגבהים נפגשים בנקודה H. אמצעים של AH ו-BH הם K ו-L, נקודות מפגש של המשכי הקטעים AH ו-BH עם המעגל החוסם של ABC הם U ו-V. הראו כי K, L, U, V על מעגל אחד.

2. על מעגל שקוטרו SN נמצאות נקודות C ו-D. ישר שמאונך ל-SN פוגש את SC ואת SD בנקודות P ו-Q. הראו כי C, P, Q, D נמצאות על מעגל אחד.

3. נתון משולש ABC. שנסמן את המעגל שקוטרו AB ב- γ ואת המעגל שקוטרו AC ב- β . הגובה מ-C חותך את γ בנקודות M ו-N, והגובה מ-B חותך את β בנקודות I ו-K. הראו כי הראו כי הנקודות K, I, N, M נמצאות על מעגל אחד.

4. נתון מרובע קמור ABCD ונקודות P, Q בתוך המרובע כך שהמרובעים PQDA ו-QPBC חסומים. בנוסף נתונה נקודה E על הקטע PQ כך ש- $\angle PAE = \angle QDE$ ו- $\angle PBE = \angle CQE$. הוכיחו ש-ABCD חסום.

5. נתונים שני מעוינים ABCD ו-EFGH כך ש- $AB = EF$. נתון שהמרובע ACEG חסום במעגל. הוכיחו כי גם המרובע BDFH חסום במעגל.

6. נתון משולש שווה שוקיים ABC (שבו $AB = AC$) החסום במעגל ω . המשיקים ל- ω ב-A ו-B נחתכים בנקודה D. הישר CD חותך את ω בנקודות C ו-E. הוכיחו כי BE חוצה את AD.

7. נקודות A, B, C נמצאות על מעגל Ω . נסמן ב-M ו-K את אמצעי הקשתות AB ו-AC. מעגל μ משיק לקטעים AB ו-AC בנקודות S ו-T, ומשיק לקשת BC של Ω . האמצעים של AS ו-AT הם I ו-N בהתאמה. הראו כי הנקודות K, I, N, M נמצאות על ישר אחד.

8. נתונים 3 מעגלים α, β, γ שמרכזיהם A, B, C בהתאמה. הראו שאם המרכז של α נמצא על הציר הרדיקלי של β ו- β נמצא על הציר הרדיקלי של α ו- α נמצא על הציר הרדיקלי של β אזי והמרכז של γ נמצא על הציר הרדיקלי של α ו- β .

9. במשולש ABC, הקטעים BE ו-CF הם גבהים. חוצה הזווית מ-A פוגש את EF בנקודה T. המעגל BFT חותך את הישר CF בנקודות F ו-U, והמעגל CET חותך את הישר BE בנקודות E ו-V. הוכיחו כי $BV = CU$.

10. במשולש ABC, הנקודה A_1 נמצאת על הצלע BC והנקודה B_1 נמצאת על הצלע AC. תהיינה P ו-Q נקודות על הקטעים AA_1 ו- BB_1 , בהתאמה, עבורה PQ מקביל ל-AB. תהא P_1 נקודה על הישר PB_1 , עבורה B_1 נמצאת בין P ל- P_1 וכן $\angle P_1PC = \angle BAC$. באופן דומה, תהא Q_1 נקודה על הישר QA_1 , עבורה A_1 נמצאת בין Q ל- Q_1 וכן $\angle CQ_1Q = \angle CBA$. הוכיחו כי הנקודות P, Q, P_1, Q_1 נמצאות על מעגל אחד.