

מיצוע

1. נתון פולינום p ממעלה שנייה בשני משתנים. בנוסף, נתונים שני משולשים משוכללים

חופפים עם מרכז משותף, $A_1A_2A_3$ ו- $B_1B_2B_3$. הראו כי $\sum_{i=1}^3 p(A_i) = \sum_{i=1}^3 p(B_i)$.

2. הראו שלכל שלושה ווקטורים u, v, w במרחב מתקיים אי-שוויון:

$$|u| + |v| + |w| + |u + v + w| \geq |u + v| + |u + w| + |v + w|$$

3. הראו שלכל 5 נקודות במישור A, B, C, P, Q מתקיים

$$AB + BC + CA + PQ \leq AP + BP + CP + AQ + BQ + CQ$$

4. נתונן צורה קמורה סגורה (עם גבול). מרחק הכי גדול שיש בין שתי נקודות בצורה הוא

d (אורך הקוטר). הראו שאורך הגבול הוא לכל היותר πd . מתי מתקיים שוויון? נסו לתאר את כל המקרים!

5. זורקים מקל ישר באורך l על דף משבצות, כאשר צלע של כל משבצת באורך d . מצאו את התוחלת של כמות קווי הרשת שחותכים את המקל.

6. פאון קמור A נמצא בתוך פאון קמור B . הראו כי סכום שטחי הפאות של A קטן יותר מסכום שטחי הפאות של B .

7. תיבה A נמצאת בתוך תיבה B . הראו כי סכום אורכי המקצועות של A קטן יותר מסכום אורכי המקצועות של B .

8. ארבעון A נמצאת בתוך ארבעון B . האם בהכרח סכום אורכי המקצועות של A קטן יותר מסכום אורכי המקצועות של B ? אם לא, מצאו מהו היחס הגדול ביותר שיכול להיות בין סכום המקצועות של A לסכום המקצועות של B .

9. נתונן צורה קמורה סגורה ששטחה שווה ל- S . הראו שניתן לחסום בה משולש עם שטח αS , כאשר α הוא גדול ככל האפשר.