

תרגיל אלגברי

כשאתם מתבקשים לפתור משוואה או מערכת, הכוונה לפתרונות בממשיים.
 מומלץ לעשות חישובים ללא מחשבון. זה יותר כיף ככה.

1. חשבו את

$$\sqrt{\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1+\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}} \cdot \dots \cdot \sqrt{\frac{1+\frac{1}{120}}{1-\frac{1}{120}}}$$

2. צמצמו את השברים הבאים:

א.
$$\frac{(1^3+1)(2^3+1)(3^3+1)\dots(99^3+1)}{(2^3-1)(3^3-1)(4^3-1)\dots(100^3-1)}$$

ב.
$$\frac{(1^4+4)\cdot(5^4+4)\cdot(9^4+4)\dots(69^4+4)\cdot(73^4+4)}{(3^4+4)\cdot(7^4+4)\cdot(11^4+4)\dots(71^4+4)\cdot(75^4+4)}$$

3. הראו כי $1 > \frac{1}{1+2} + \frac{2}{1+2^2} + \frac{2^2}{1+2^4} + \frac{2^3}{1+2^8} + \frac{2^4}{1+2^{16}} > 0.999999$

4. סדרה מוגדרת על ידי $x_1 = 2$, וסדרת הנסיגה $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$. הראו כי

$$1 - \frac{1}{100^{100}} < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_{100}} < 1$$

וחשבו את $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{99} - x_{100}$

5. פתרו את המשוואה $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + 9 = 0$

6. פתרו את המשוואה $(x^3+1)(3x^6+1) = \left(\frac{4}{3}\right)^2$

7. פתרו את המשוואה $y^6 + 6y^4 + 64y^3 + 12y^2 + 8 = 0$

8. מצאו את כמות הפתרונות למערכת המשוואות

$$\begin{cases} 3x + y = x^3 \\ 3y + z = y^3 \\ 3z + x = z^3 \end{cases}$$

בתאבון!