

משפט זיגמונדי ופולינומים ציקלוטומיים

1. נסחו והוכיחו גרסה של משפט זיגמונדי עבור $a^n + b^n$.

2. הוכיחו כי אף שלושה איברים בסדרה $a_n = 3^n - 2^n$ לא מהווים סדרה הנדסית.

3. פתרו בשלמים חיוביים

$$(a + 1)^m - 1 = a^n$$

4. פתרו בשלמים חיוביים

$$\frac{x^7 - 1}{x - 1} = y^5 - 1$$

5. פתרו בשלמים חיוביים

$$(a + 1)(a^2 + a + 1) \cdot \dots \cdot (a^n + a^{n-1} + \dots + 1) = a^m + a^{m-1} + \dots + 1$$

6. הוכיחו כי בסדרה $10001, 100010001, 1000100010001, \dots$ מספרים ראשוניים.

7. הוכיחו כי קיימים אינסוף שלמים חיוביים n כך שכל המחלקים הראשוניים של $n^2 + n + 1$ קטנים או שווים ל- \sqrt{n} .

8. נתון מספר ראשוני p הוכיחו כי קיימים אינסוף ראשוניים q שלכל n טבעי לא מחלקים את הביטוי $n^p - p$.

9. נתון פולינום מתוקן עם מקדמים שלמים שהשורשים המרוכבים שלו נמצאים במעגל היחידה. הוכיחו כי כל השורשים של הפולינום הם שורשי יחידה.