

שמורות

1. בכל משבצת מתחת לקו אופקי בלוח משבצות אינסופי נמצאת דמקה. אפשר להעביר דמקה מעל דמקה סמוכה בשורה, עמודה או אלכסון למשבצת ריקה ולהוריד את הדמקה השנייה מהלוח. הראו שהדמקות לעולם לא יגיעו לשורה עשרים מעל הקו האופקי.
2. באיזה סדר צריך לרשום את המספרים מ-1 עד 5780 מסביב למעגל, כך שסכום המכפלות של כל 10 מספרים רצופים יהיה הכי גדול שאפשר?
3. לתומאס יש שורה של נורות באורך אי-זוגי. בהתחלה נורה אחת בדיוק דולקת. אם נורה כלשהי דולקת, תומאס יכול ללחוץ על כפתור שמתחיתה, וזה ישנה את המצב של הנורות הסמוכות אבל לא של הנורה עצמה (מכבוי לדלוק או להפך). עבור איזה מיקום התחלתי של הנורה הדולקת תומאס יוכל להדליק את כל הנורות?
4. בארגון סודי גדול ישנם מספר מדורים. בין חלק מהמדורים יש שיתוף פעולה. לפי הנהלים, למנכ"ל שאין לנקוב בשמו יש סמכות לבצע שני סוגי פעולות:
(א) לסגור מדור כלשהו, שמשתף פעולה עם מספר אי-זוגי של מדורים.
(ב) ליצור מדור חדש לכל מדור שכבר קיים, שישתף איתו פעולה. בנוסף, שני מדורים חדשים I' ו- J' ישתפו פעולה, אם שני המדורים הישנים I ו- J שמשתפים פעולה עם I' ו- J' בהתאמה משתפים פעולה זה עם זה. פרט לכך, אף שני מדורים נוספים לא משתפים פעולה.
הוכיחו שהמנכ"ל יכול להפסיק לגמרי את שיתוף הפעולה בין המדורים.
5. בתחילת המשחק ג'רי נמצא בנקודה $(0,0)$. בכל תור שלו, ג'רי עושה m מהלכים מהסוג הבא: לעבור מנקודה (x, y) לנקודה $(x+1, y)$ או לנקודה $(x, y+1)$. תום בכל מהלך שלו יכול להציב מלכודת בנקודה שלמה לפי בחירתו. המטרה של תום היא לתפוס את ג'רי. עבור אילו ערכי m זה אפשרי?
6. גדר מעגלית מורכב מ- N קרשים. כל קרש צבוע באחד מ-4 צבעים. בכל מהלך תום מחפש 3 קרשים ברצף שצבועים ב-3 צבעים שונים, ואז צובע אותם בצבע רביעי. עבור איזה N המשחק יכול להיות אינסופי?
7. על לוח משבצות בגודל 1000 על 1000 נצבעו K משבצות. המשבצות נחשבות שכנות אם יש להן צלע משותפת. בכל פעם **תום** מוצא משבצת שלפחות 3 משכנותיה צבועות וצובע גם אותה. בסוף המשחק הלוח כולו צבוע. האם יתכן
א. ש- $K=334000$?
ב. ש- $K=335000$?