

לספור תמורות

מומלץ לפתור את השאלות לפי הסדר

$$\left(\frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \dots\right) \left(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} - \dots\right) =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \binom{n}{k} = \frac{1}{0!} + \frac{(1-1)}{1!} + \frac{(1-1)^2}{2!} + \frac{(1-1)^3}{3!} + \frac{(1-1)^4}{4!} + \dots = 1$$

6. מבין תמורות על n איברים, מה יש יותר: תמורות בלי נקודות שבת או תמורות עם נקודת שבת אחת בדיוק?

2. מבין תמורות על n איברים, מה יש יותר: תמורות שכל המעגלים שלהן באורך זוגי, או תמורות שכל המעגלים שלהן באורך אי-זוגי?

10. מצאו נוסחה מפורשת לכמות התמורות על n איברים שכל המעגלים שלהן באורך אי-זוגי.

8. הראו שכמות התמורות על n איברים עם k נקודות שבת הוא בקירוב $\frac{n!}{e \cdot k!}$.

3. מבין תמורות על n איברים בלי נקודות שבת, מה יש יותר: תמורות זוגיות או תמורות אי-זוגיות?

5. מבין תמורות על n איברים עם k נקודות שבת, מה יש יותר: תמורות זוגיות או תמורות אי-זוגיות?

הגדרה. כמות התמורות על n איברים שכל המעגלים שלהן באורך שהוא 1 מודולו 3 תסומן C_n .

1. לאילו ערכי n המספר C_n ראשוני?

9. הוכיחו שלכל ראשוני $p = 3k + 1$, לכל n גדול מספיק $p \mid C_n$.

7. שיא של תמורה זה מספר שגדול מכל הקודמים. למשל לתמורה (1,3,2,5,4,6) יש 4 שיאים. מה יש יותר: תמורות עם k שיאים או תמורות עם k מעגלים?

4. מבין תמורות על n איברים, מה יש יותר: תמורות עם כמות זוגית של מעגלים, או תמורות עם כמות אי-זוגית של מעגלים?

הגדרה. תמורה צבועה זו תמורה בה לכל מעגל יש צבע: כחול או לבן.

0. מבין תמורות צבועות על n איברים, מה יש יותר: כאלה עם כמות זוגית של מעגלים, או כאלה עם כמות אי-זוגית של מעגלים?

בתאבון!