

נצבע?

1. בשורה נמצאות 100 ערמות של דגים, שיש בהן בסה"כ מספר אי-זוגי של דגים. איילה וברווז משחקים לפי התור. בכל מהלך לוטרה יכולה לקחת לעצמה את הערמה הכי שמאלית או הכי ימנית. מנצחת הלוטרה שלקחה לעצמה הכי הרבה דגים. למי יש אסטרטגיית ניצחון: לאיילה או לברווז? המהלך הראשון של איילה כרגיל.

2. איילה רושמת מספרים מ-1 עד 5776 במשבצות הלוח 76×76 , כל מספר במשבצת אחת בדיוק. לאחר מכאן ברווז בוחר סדרה של משבצות בהתאם לכללים הבאים: המשבצת הראשונה יכולה להיות משבצת כלשהי לפי רצונו, והחל מהמשבצת השנייה כל משבצת צריכה להיות מוכלת בתוך ריבוע 5×5 שהמשבצת המרכזית שלה היא המשבצת הקודמת, והמספר שרשום בה צריך להיות גדול יותר מהמשבצת הקודמת. מהו אורך הסדרה המקסימלי שברווז יכול להבטיח לעצמו בכל מצב?

3. מאה קלפים מוספרו על ידי מספרים מ-1 עד 100, והוכנסו ל-3 קופסאות, לפחות קלף אחד בכל קופסה. לפי הסכום של שני קלפים אקראיים מקופסאות שונות, ניתן לגלות מהי הקופסה השלישית. בכמה דרכים ניתן לעשות את החלוקה?

4. מצאו מספר N הקטן ביותר, כך שלא משנה איך איילה מספרה משבצות בשאלה 2, גמל יוכל למצוא שתי משבצות סמוכות לפי צלע כך שהפרש בין המספר הגדול למספר הקטן בשתי משבצות אלה אינו עולה על N .

5. תת-קבוצה A של $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000000\}$ מורכבת מ-101 איברים. הראו שקיימים מספרים $t_1, t_2, \dots, t_{100} \in S$ כך שכל הקבוצות $A_j = \{a + t_j \mid a \in A\}$ זרות בזוגות.

6. האם ניתן לפצל (א) את \mathbb{Z} (ב) את \mathbb{Q} לאיחוד זר של שלוש קבוצות לא ריקות, A, B, C , עבורן שלוש הקבוצות $A + C$, $A + B$, $B + C$, תהיינה זרות בזוגות? **הערה.** לכל שתי קבוצות X, Y הקבוצה $X + Y$ היא $\{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$.

7. באחת המשבצות לוח 8×8 נמצא הסנרק. בכל מהלך של משחק, N הציידים בודקים N משבצות בלוח, ואם הסנרק נמצא באחת מהן, הוא נתפס. אם לא, הוא יכול אבל לא חייב לעבור למשבצת סמוכה לפי צלע. כמה ציידים צריך בשביל לתפוס את הסנרק בוודאות?

בתאבון!