

תרגיל מספרים

1. שני מספרים שלמים חיוביים a, b מקיימים:

$$\text{Gcd}(a + n, b + n) > 1$$

עבור כל $n > 0$. הוכיחו ש- $a = b$.

2. מצאו את כל הפתרונות בשלמים למשוואה:

$$(a^2 + 1)(b^2 + 1) = c^2 - 1$$

3. מספר שלם חיובי n נקרא קשוח אם כל המספרים מהצורה

$$4x^2 + n$$

הינם ראשוניים עבור $x = 0, 1, \dots, n - 1$.

א. הוכיחו ש- $n = 2^k - 1$.

ב. מצאו את כל האפשרויות ל- n .

4. נגדיר $f_1(x)$ להיות ריבוע סכום הספרות של x , נגדיר

$$f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x)), \text{ חשבו את } f_{2020}(2^{2020}).$$

5. קבוצה $X \subseteq \{1, 2, \dots, 10000\}$ נקראת מגניבה אם עבור כל $a, b \in X$ מתקיים $ab \notin X$, כמה גדולה הקבוצה X יכולה להיות.

6. סדרת מספרים a_d מקיימת:

$$\sum_{(d|n)} a_d = 2^n$$

הוכיחו ש- $n|a_n$.

7. מצאו את כל הראשוניים p עבורם $p^2 + p + 1$ הוא חזקה שלישית.

בתיאבון!