

מחנה חורף 2021 (ירדן)

וינגרט

1. הוכיחו כי בכל משולש מתקיים:

$$m_a + m_b + m_c \geq \frac{3}{2} \sqrt{2(ab + ac + bc) - a^2 - b^2 - c^2}$$

2. יהי a, b, c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$(a + b)(c + d)((a - c)^2 + (b - d)^2) \geq (ad - bc)^2$$

3. יהי a, b, c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq a \sqrt{\frac{b^4 + c^4}{2}} + b \sqrt{\frac{a^4 + c^4}{2}} + c \sqrt{\frac{a^4 + b^4}{2}}$$

4. יהי a, b, c מספרים לא שליליים שסכומם שווה ל-3. הוכיחו כי:

$$a^2b + b^2c + c^2a + abc + (1 - a)^2(1 - b)^2(1 - c)^2 \leq 4$$

5. יהי a, b, c, x, y, z מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$a(y+z) + b(x+z) + c(x+y) \geq 2\sqrt{(ab + ac + bc)(xy + xz + yz)}$$

6. יהי a, b, c, d, x, y, z, w מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$a(yz + yw + zw) + b(xz + xw + zw) + c(xy + xw + yw) + d(xy + xz + yz) \geq 3\sqrt{(abc + abd + acd + bcd)(xyz + xyw + xzw + yzw)^2}$$