

חברותא גיאומטרית!

1. יהי ABC משולש בו עקב הגובה מ- A יסומן D , ותהיינה E, F נקודות על הצלעות AC, AB בהתאמה. הוכיחו ש- AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת אם"ם הזוויות $\angle ADE$ ו- $\angle ADF$ שוות זו לזו.

2. במשולש ABC עקב חוצה הזווית מ- A יסומן D , ועקבי האנכים מ- D לצלעות AC ו- BC יסומנו E ו- F בהתאמה. הוכיחו כי הישרים BE ו- CF נחתכים על הגובה מ- A במשולש.

3. נתון משולש ABC ומעגל ω המשיק לצלע AB ולמעגל החוסם של המשולש בנקודות E, F בהתאמה, מתקיים ש- F, C נמצאות באותו צד של AB . אמצע הקשת AB שלא מכילה את הנקודה C יסומן D . נקודות החיתוך של CD על ω יסומנו P, Q . הוכיחו כי $\angle ABP = \angle QBC$.

4. נתון ריבוע $ABCD$, מרכז הריבוע יסומן O . השיקוף של B מבעד ל- A יסומן M . הישר CM חותך את האלכסון BD בנקודה E . החיתוך של AE עם MO יסומן F . הוכיחו כי FO חוצה את הזווית $\angle BFO$.

5. במשולש ABC השיקוף של B ביחס ל- AC יסומן E והשיקוף של C ביחס ל- AB יסומן F . M הוא אמצע BC ו- N הוא אמצע EF . BF ו- CE נחתכים ב- X הוכיחו כי $AX \parallel NM$.

6. במשולש ABC יש לבנות בסרגל ומחוגה את כל הנקודות על המעגל החסום של המשולש כך שגם הנקודות הצמודות להן איזוגונלית נמצאות על המעגל החסום.

7. נתון משולש ABC , המעגל החוסם את המשולש ומרכז המעגל החסום במשולש. בנו בעזרת סרגל בלבד קטע שאורכו כקוטר המעגל החוסם של המשולש, נסו להשתמש בכמה שפחות פעולות.

8. המשולש ABC חסום במעגל ω . הגובה מ- A חותך את BC בנקודות D, E בהתאמה. חוצה הזווית של A חותך את BC בנקודות F, G בהתאמה. DG חותך את ω שנית בנקודה H ו- HF חותך את ω שנית בנקודה I . הוכיחו כי EI מקביל ל- BC .

9. במחומש $ABCDE$ מתקיים ש- $AB = BC = CD$ ו- $\sphericalangle ABC = \sphericalangle CDE$.

$\sphericalangle BCD = \sphericalangle EAB$. הוכיחו כי AC, BD והגובה מ- E ל- BC נפגשים בנקודה.

10. משולש ABC חסום במעגל ω . אמצע הקשת AB שלא מכילה את C יסומן W ואמצע הקשת AC שלא מכילה את B יסומן E . על הישר BC נחברו הנקודות P, Q כך ש- $BP = AP, CQ = AC$ והנקודות P, B, C, Q מסודרות בסדר זה. הוכיחו כי PW, EQ נחתכים על ω .

11. המרובע $ABCD$ חסום במעגל ω . המשיק ל- ω ב- A חותך הישרים CD, BC בנקודות E, F בהתאמה. הישר BE חותך את ω בנקודות H, G בהתאמה. הישר DF חותך את ω בנקודות J, I בהתאמה. הוכיחו שהישרים GI, HJ נפגשים על המשיק ל- ω בנקודה C .

12. במשולש ABC עקב חוצה הזווית $\sphericalangle A$ יסומן D . המעגל החסום במשולש ABD משיק לצלעות AB, AD, BD בנקודות X, Y, Z . המעגל החסום מבחוץ במשולש ACD מול A משיק לצלע CD בנקודה U ולהמשכי הצלעות AC, AD בנקודות V, W . הוכיחו כי הנקודות X, Z, V נמצאות על ישר וגם הנקודות Y, U, W נמצאות על ישר אחד.

13. נתון טרפז $ABCD$, $AB \parallel CD$. AC נפגש עם BD בנקודה P . הנקודה Q נמצאת בתוך הטרפז ומקיימת $\sphericalangle QAD = \sphericalangle BAP$, $\sphericalangle BDA = \sphericalangle QDC$. הוכיחו שהמרחק מ- P ל- AB שווה למרחק מ- Q ל- CD .

14. נתון משולש ABC החסום במעגל ω שמרכזו O . בנוסף נתון מעגל Γ שמרכזו ב- A ומשיק לצלע BC בנקודה D . נתונות הנקודות E, F על Γ המקיימות ש- FG מאונק ל- AO ו- $\sphericalangle BFD = \sphericalangle DGC$. הוכיחו כי המשיקים ל- Γ ב- F, G נפגשים על ω .

15. המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות AB, AC, BC בנקודות F, E, D בהתאמה, מרכז המעגל החסום יסומן I . הישרים ED, EF חותכים שנית את המעגל BDF בנקודות X, Y בהתאמה. מפגש הגבהים של BXY יסומן H הוכיחו כי HI חוצה את הצלע AC .

16. בתוך המעגל ω נבחרו שני מעגלים ω_1, ω_2 המשיקים ל- ω ב- M, N בהתאמה. המרכזים של ω_1, ω_2 יסומנו O_1, O_2 . בנוסף ידוע כי O_2 נמצא על ω_1 . הציר הרדיקלי של ω_1, ω_2 חותך את ω ב- A, B . החיתוכים של AM, BM עם ω_1 יסומנו C, D . הוכיחו כי CD משיק ל- ω_2 .

בתאבון!