

תרגיל רותם

1. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שמקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$:

$$(y + 1)f(x) + f(xf(y) + f(x + y)) = y$$

2. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ העולות (חזק) ככה ש:

$$f(x) + g(x) = 2x$$

לכל x , כאשר g היא ההופכית של f .

3. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$:

$$f(y + f(x)) = f(y + x^2) + f(x^2 - f(x))$$

4. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{Q}^+ \rightarrow \mathbb{Q}^+$ המקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{Q}^+$:

$$f(x^2 f(y)^2) = f(x)^2 f(y)$$

5. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$:

$$f(xf(x) + y) + f(x)f(y) = x^2 + f(y) + f(xy)$$

6. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$:

$$f(f(x) + y) + f(f(y) + x) = 2f(f(x)y)$$

7. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$:

$$f(x + f(x)f(y)) = f(x) + xf(y)$$

8. מצאו את כל הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$:

$$f(x + g(y)) = xf(y) - yf(x) + g(x)$$