

דרורים

1. הדרור הראשון

נתון משולש שאינו שווה שוקיים ABC , שעל צלעותיו AB ו- BC נבחרו נקודות C_0 ו- A_0 בהתאמה. B_1 הוא אמצע הקשת ABC של המעגל החוסם של ABC . הראו כי השוויון $AC_0 = CA_0$ (בקטעים מכוונים לכיוון B) מתקיים אם ורק אם A_0, C_0, B_1, B נמצאים על מעגל אחד.

2. הדרור השני

נתון משולש ABC . על צלעותיו AB ו- BC נבחרו נקודות C_0 ו- A_0 בהתאמה. מרכז המעגל החוסם במשולש ABC הוא I . הוכיחו שהמעגל החוסם של A_0BC_0 מכיל את I אם ורק אם $AC_0 + CA_0 = AC$.

3. הדרור השלישי (למת ההעתקה הספירלית)

נקודות X ו- Y נעות במהירויות קבועות (אך לא בהכרח שוות) לאורך שני ישרים שנחתכים בנקודה O . הראו שהמעגל החוסם של XYO עובר דרך שתי נקודות קבועות O ו- Z , כאשר Z הוא מרכז של העתקה ספירלית שמעבירה את X בכל רגע ל- Y באותו הרגע.

4. A_0, B_0, C_0 הן נקודות ההשקה של המעגלים החסומים מבחוץ עם הצלעות

המתאימות במשולש ABC . המעגלים שחוסמים את המשולשים $A_0B_0C, A_0BC_0, AB_0C_0$ פוגשים שנית את המעגל החוסם בנקודות C_1, B_1, A_1 בהתאמה. הראו כי המשולש $A_1B_1C_1$ דומה למשולש שנוצר על ידי נקודות ההשקה של המעגל החוסם במשולש ABC עם צלעותיו.

5. על הצלעות BA ו- BC במשולש ABC נבחרו נקודות C_0 ו- A_0 בהתאמה.

נקודות M ו- M_0 הם אמצעי הצלעות AC ו- A_0C_0 . הוכיחו שאם $AC_0 = CA_0$, אז הישר MM_0 מקביל לחוצה הזווית של $\sphericalangle ABC$.

6. נקודות A_1, B_1, C_1 נבחרו על הצלעות AB, AC, BC כך שמתקיים

$$AB_1 - AC_1 = CA_1 - CB_1 = BC_1 - BA_1.$$

מרכזי המעגלים החסומים במשולשים $AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C$ יסומנו

I_A, I_B, I_C . הראו שמרכז העיגול החוסם של $I_A I_B I_C$ מתלכד עם מרכז המעגל

החוסם במשולש ABC .

7. על הצלע AC נבחרה נקודה D . נסמן ב- I_A ו- I_C את המרכזים של המעגלים

החסומים במשולשים ABD ו- CBD . נסמן ב- B'_0 את ההשקה של המעגל החוסם

במשולש ABC עם הצלע AC . הראו כי $\sphericalangle I_A B'_0 I_C = 90^\circ$.

8. נתון משולש ABC שאינו שווה-שוקיים ($AB < BC$), אמצע הקשת ABC של המעגל החוסם תסומן B_1 . אמצע הצלע AC תסומן M. המרכזים של המעגלים החסומים במשולשים AMB ו-CMB הם I_A ו- I_C . הראו כי B_1, M, I_A, I_C נמצאים על מעגל אחד.
9. נתון משולש ABC שאינו שווה-שוקיים ($AB < BC$), אמצע הקשת ABC של המעגל החוסם תסומן B_1 , מרכז המעגל החוסם ב-ABC יסומן I, אמצע הצלע AC יסומן M. הראו כי $\angle IB_1B = \angle IMA$.
10. נקודות E ו-F אמצעי הקשת הגדולה AC והקשת הקטנה AC של המעגל החוסם את המשולש ABC שהוא חד-זוויות ואינו שווה-שוקיים ($AB < BC$). נקודה G היא היטל של E ל-BC. הוכיחו כי המעגל החוסם של ABG עובר באמצע הקטע BF.
11. מרובע ABCD מקיים ש- $BC = AD$ אבל BC לא מקביל ל-AD. על הצלעות BC ו-AD נבחרו נקודות E ו-F עבורן $BE = DF$. האלכסונים AC ו-BD נחתכים בנקודה P, הישרים BD ו-EF בנקודה Q, והישרים EF ו-AC בנקודה R. הראו שהמעגלים החוסמים של המשולשים PQR (כאשר E ו-F נעות נחתכים בנקודה נוספת ששונה מ-P).
12. יהא D עקב האנך מ-A לישר אוילר במשולש חד זוויות ולא שווה צלעות ABC. מעגל עם מרכז S עובר דרך A ו-D, וחותר שוב את הצלעות AB, AC בנקודות X, Y בהתאמה. יהא P עקב האנך מ-A ל-BC, ויהא M אמצע BC. הוכח שמרכז המעגל החוסם של XSY במרחקים שווים מ-P ומ-M.

