

## תרגיל גיאומטרי

1. במרובע ABCD ניתן לחסום מעגל. מעגל קטן יותר שנמצא בתוך המרובע ומשיק לצלעות AB ו-BC חותך את האלכסון AC בנקודות P ו-Q. הראו שקיים גם מעגל שמשיק לצלעות AD ו-DC ועובר בנקודות P ו-Q.

2. נתון משולש חד-זוויות ABC. מעגל שמרכזו A ורדיוסו AB חותך את הישר AC בשתי נקודות אדומות, וגם מעגל שמרכזו C ורדיוסו BC חותך את הישר AC בשתי נקודות אדומות. זה מגדיר 4 נקודות אדומות על הישר AC, באופן דומה מוגדרות 4 נקודות אדומות על AB ועוד 4 נקודות האדומות על BC. נתון שקיימים 2 מעגלים שמכילים את כל 12 הנקודות האדומות. האם המשולש ABC חייב להיות שווה שוקיים?

3. במרובע ABCD חסום מעגל שמרכזו I. עקבי האנכים מ-B לישרים AI ו-CI יסומנו X ו-Y, עקבי האנכים מ-D לישרים AI ו-CI יסומנו Z ו-T. הראו כי הנקודות X, Y, Z, T נמצאות על מעגל אחד.

4. על הצלע BC של משולש ABC נבחרה נקודה D. הנקודות I ו-N הן המרכזים של המעגלים החסומים במשולשים ABD ו-ACD בהתאמה. מרכז המעגל שמשיק לקטע AC ולהמשכי הקטעים AD ו-BC יסומן K. מרכז המעגל שמשיק לקטע AB ולהמשכי הקטעים AD ו-BC יסומן M. הראו שהמרובע MINK חסום אם ורק אם D הוא האמצע של BC.

5. על צלעות המשולש ABC נבחרו 6 נקודות שונות: נקודות P<sub>1</sub> ו-P<sub>2</sub> על הצלע BC, נקודות Q<sub>1</sub> ו-Q<sub>2</sub> על הצלע AC, ונקודות R<sub>1</sub> ו-R<sub>2</sub> על הצלע AB. נניח כי 4 הנקודות P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub> נמצאות על מעגל אחד, גם 4 הנקודות P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> נמצאות על מעגל אחד, וגם 4 הנקודות Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub>, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> נמצאות על מעגל אחד. האם זה בהכרח אותו מעגל?

6. הצלעות של משולש ABC חותכות אליפסה נתונה ב-6 נקודות: הנקודות P<sub>1</sub> ו-P<sub>2</sub> על הצלע BC, הנקודות Q<sub>1</sub> ו-Q<sub>2</sub> על הצלע AC, והנקודות R<sub>1</sub> ו-R<sub>2</sub> על הצלע AB. הוכיחו כי

$$\frac{AR_1}{R_1B} \cdot \frac{AR_2}{R_2B} \cdot \frac{BP_1}{P_1C} \cdot \frac{BP_2}{P_2C} \cdot \frac{CQ_1}{Q_1A} \cdot \frac{CQ_2}{Q_2A} = 1.$$



7. נתונים 3 עיגולים במרחב במישורים שונים. נגיד שעיגול אחד רחב יותר מאחר אם מיתר של עיגול הזה מוכל יחד עם קצותיו בחל הפנימי של העיגול האחר. האם יתכן שהעיגול הראשון רחב יותר מהשני, השני רחב יותר מהשלישי והשלישי רחב יותר מהראשון, בתנאי שיש לשלושת העיגולים נקודה משותפת?

8. נתונים שלושה מעגלים שונים במרחב תלת-מימדי:  $\alpha, \beta, \gamma$ . נתון כי ל- $\beta$  יש ארבע נקודות חיתוך שונות עם שני המעגלים האחרים. נתון כי ל- $\alpha$  ו- $\gamma$  יש נקודת חיתוך, שבה המעגלים  $\alpha$  ו- $\gamma$  נחתכים ולא משיקים. האם בהכרח יש ל- $\alpha$  ו- $\gamma$  נקודת חיתוך נוספת?

**בתאבון!**