

## תרגיל קומבינטורי

1. על השולחן יש  $n$  כוסות, שאחת מהן מלאה במים. בכל מהלך ניתן לבחור שתי כוסות ולהעביר כמות מסוימת של מים מאחת לשנייה, כך שלאחר מכן תהיה אותה כמות של מים בשתי הכוסות. עבור איזה  $n$  ניתן להגיע למצב שבכל הכוסות יש אותה כמות של מים?
2. בשלב ההתחלתי סומנו במישור 3 קודקודים של משולש. בכל שלב מסמנים את כל הנקודות שהם אמצעים של קטע בין שתי נקודות מסומנות שהיו כבר בשלב הקודם. כמה נקודות מסומנות יהיו אחרי 6 פעולות כאלה?
3. אמה של חנה אפתה 15 מאפים זהים למראה: 7 ממולאים בכרום, 7 ממולאים בבשר ואחד בדובדבנים. לאחר מכן היא סדרה אותם במעגל על צלחת בסדר הזה עם כיוון השעון, וחיימה את הצלחת במיקרוגל. חנה יודעת את הסדר בו אמה סדרה את המאפים על גבי הצלחת, אבל היא לא יודעת כמה הצלחת הסתובבה. חנה רוצה לאכול את המאפה עם הדובדבנים, כי שאר המאפים לא טעמה. כיצד יכולה חנה למצוא את מאפה הדובדבנים בלי לנגוס ביותר מ-3 מאפים לא טעימים?
4. בשורה  $1 \times n$  על 25 משבצות השמאליות ביותר יש 25 כלים. רוצים שבסוף המשחק אותם כלים יהיו בצד ימין בסדר הפוך. מותר לעשות פעולות משני סוגים: או להזיז כלי ימינה למשבצת סמוכה פנויה, או להקפיץ כלי מעל כלי שממיניו למשבצת שאחרי זה (בתנאי שהיא פנויה). עבור איזה  $n$  ניתן לבצע את המשימה?
5. על השולחן 2004 קופסאות. בכל קופסה יש יהלום יקר ערך, או רעל שיהרוג את מי שפותח את הקופסה. יש מספר זוגי של קופסאות מכל סוג. לפחות בקופסה אחת יש יהלום. ניתן לשאול שאלות מהסוג הבא: להצביע על שתי קופסאות ולשאול האם לפחות באחת מהן יש יהלום. כמה שאלות צריך לשאול על מנת שתוכלו בוודאות לצאת מהחדר עם יהלום אחד לפחות?
6. יש 6 מנעולים ו-6 מפתחות שלהם (מעורבבים). כמה פעמים צריך לנסות לפתוח מנעול עם מפתח בשביל לפתוח את כולם?
7. בחפיסה 52 קלפים שונים. מותר להוציא כל כמות של קלפים שעומדים ברצף בתוך החפיסה, ולהכניס אותם לאזור אחר של החפיסה, בלי לשנות את הסדר שלהם ובלי להפוך. כמה פעולות צריך בשביל לסדר את הקלפים בסדר ההפוך לסדר המקורי?
8. מול עודד נמצאות 100 קופסאות סגורות שבכל אחת מהן יש קובייה אדומה או כחולה. בחשבון של עודד יש שקל אחד. הוא ניגש לקופסה סגורה כלשהי, מנחש את צבע הקובייה שיש בפנים ומהמר על סכום כלשהו (מותר גם להמר על מספר לא שלם, או אפסי של אגורות, אבל לא יותר מהסכום שיש לעודד ברגע זה בחשבון). כאשר הקופסה נפתחת, סכום הכסף שהוא הימר עליו מתווסף לחשבון או יורד מחשבון, תלוי אם הוא ניחש נכון או לא. המשחק ממשיך עד שפותחים את כל הקופסאות. איזה סכום מרבי יכול עודד להבטיח לעצמו אם ידוע לו כי  
א. יש בדיוק קובייה כחולה אחת.  
ב. יש בדיוק  $N$  קוביות כחולות.

**בתאבון!**