

תרגיל קומבינטורי

1. נתונה טבלה ריבועית 100×100 של מספרים שלמים. אפשר לשאול על כל תת-ריבוע (של אותה כמות של שורות ועמודות ברצף) מהו סכום המספרים בתת-ריבוע זה. כמה שאלות צריך לשאול בשביל לברר את סכום המספרים על האלכסון?

2. מהי הכמות המרבית של צבעים שאפשר לצבוע בהם את משבצות הלוח 10×10 כך שבכל שורה ובכל עמודה יהיו לכל היותר 5 צבעים? כל משבצת צריכה לקבל צבע ספציפי.

3. נתונה מטרה בצורה של משולש משוכלל. המשולש מחולק על ידי שלוש משפחות של ישרים מקבילים למאה משולשים משוכללים באותו גודל. אם צלף מכוון לאחד המשולשים הקטנים, הוא פוגע או במשולש זה או באחד המשולשים הסמוכים לפי צלע. הוא רואה איפה הוא קולע, ויכול לבחור מתי הוא מסיים לירות. מהי הכמות המרבית של משולשים קטנים שהוא יכול בוודאות לקלוע בהם בדיוק 5 פעמים?

4. בגן ילדים יש 27 ילדים. ביום כיף מחלקים אותם ל- K קבוצות, כאשר כל קבוצה עוסקת בפעילות שונה. היועצת החינוכית הכינה רשימה של 10 שלישיות שונות של ילדים; לא מומלץ ש-3 הילדים מאותה שלישיה ברשימה של היועצת יהיו באותה קבוצה כי אז הם ילכו מכות במקום לעסוק בפעילות הכיפית (אבל מותר ששניים מהם יהיו באותה קבוצה). עבור איזה K קטן ביותר ניתן בוודאות לארגן יום כיף בהתאם להמלצות של היועצת החינוכית?

5. נתון לוח $n \times n$, שבהתחלה בכל אחת ממשבצותיו ישן דרקון. שני דרקונים נקראים שכנים אם הם נמצאים במשבצות הסמוכות לפי צלע. בכל תור מינה מעירה דרקון בעל שכן חי, ומקס מכוון את הדרקון הער אל אחד השכנים שלו שעדיין בחיים. הדרקון יורק אש על השכן הנבחר ומשמיד אותו, ולאחר מכן חוזר לישון. המטרה של מינה היא להפחית את רעש הנחירות, ולהשאיר כמות קטנה ביותר של דרקונים חיים. המטרה של מקס היא לשמור על כמות מרבית של דרקונים בחיים, מכיוון שהוא חבר באגודה למען הדרקון.

א. כמה דרקונים יישארו בחיים במקרה $n = 4$?

ב. כמה דרקונים יישארו בחיים במקרה $n = 5$?

6. לקוסם אורי יש חפיסה של 100 קלפים, ועל כל קלף רשום מספר טבעי (כל המספרים שונים). ניצן בוחר שני קלפים אקראיים מהחפיסה, מחבר את שני המספרים ומודיע עליהם לאורי. אורי מסוגל לפי זה להגיד, איזה שני קלפים ניצן בחר. האם יתכן שהמספרים על הקלפים

א. כולם קטנים מ-20000?

ב. כולם קטנים מ-2500?

בתאבון!