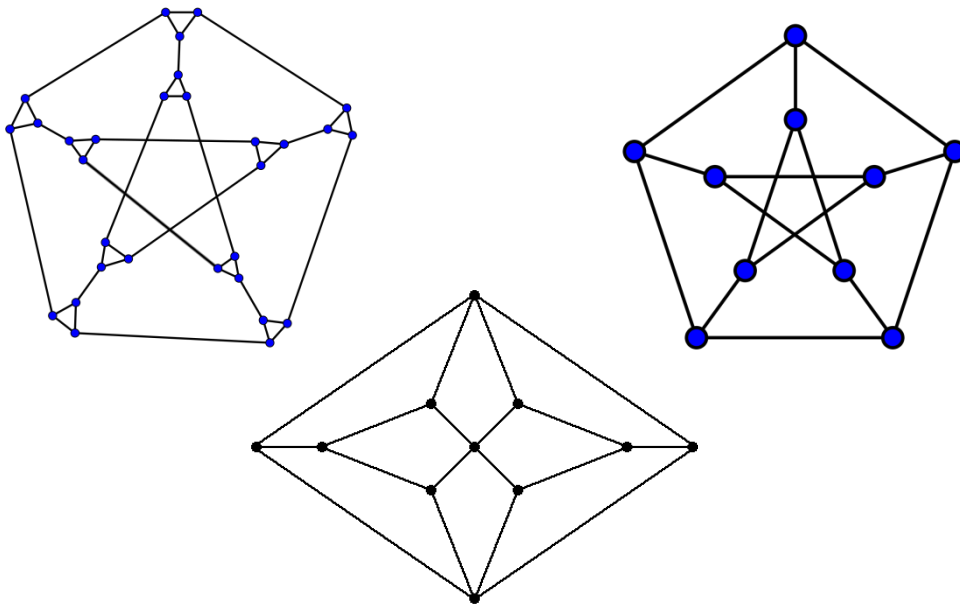


טיולים

מסלול אוילר בגרף זה מסלול, שעובר דרך כל קשת פעם אחת.
מסלול אוילר קיים, אם ורק אם הגרף קשיר ומכיל לא יותר משני קודקודים
בעלי דרגה אי-זוגית. אם יש 0 קודקודים כאלה, קיים מעגל אוילר.
מעגל המילטון בגרף זה מסלול, שעובר דרך כל קודקוד פעם אחת וחוזר לנקודה המקורית.

1. האם אפשר לרשום במעגל ספרות מ-1 עד 9, כך שכל זוג של ספרות שונים יופיע
ברצף פעם אחת בדיוק?
האם תשתנה התשובה כאשר מדובר בספרות מ-0 עד 9?

2. נסו למצוא מעגלי המילטון בגרפים שמופיעים בציורים הבאים:



3. א. מצאו מעגל המילטון על קודקודי התריסרון (דודקהדרון) המשוכלל – מותר ללכת
לאורך המקצועות. (זאת החידה של המילטון שנתנה את השם לנושא).
ב. הוכיחו, שמעגל המילטון על הקודקודים של פאון משוכלל מחלק את המשטח שלו לשני
חלקים שווי-שטח.

4. נסחו תנאי מספיק והכרחי לכך שפאון יהיה 2-צביע בקודקודים.

5. הראו שלקובייה n -ממדית יש מעגל המילטון.

6. האם אפשר לרשום במעגל ספרות 0 ו-1, כך שכל שישיה אפשרית של ספרות תופיע ברצף נגד כיוון השעון פעם אחת בדיוק?

7. הוכיחו, שאם הדרגה של כל קודקוד היא לפחות מחצית ממספר הקודקודים בגרף, אז יש מעגל המילטון.

8. מצאו מעגל המילטון ארוך ככל האפשר של מלך שח על לוח 8×8 , בתנאי שהוא לא חותך את עצמו (מודדים את אורך הקו שמחבר את מרכזי המשבצות בסדר שבו המלך עובר בהן).

9. צריח צולע הוא כלי שחמט, שכל מהלך שלו הוא אופקי או אנכי, אבל תמיד ממשבצת למשבצת סמוכה. מצאו מעגל המילטון של צריח צולע על לוח 8×8 שבו מספר הפניות הוא:

(א) קטן ככל האפשר.

(ב) גדול ככל האפשר.

(ג*) נסו להכליל עבור לוח $2n \times 2n$.

10* .א. מצאו מעגל המילטון ארוך ככל האפשר של מלך שח על לוח 8×8 .

ב. נסו להכליל עבור לוח $n \times n$.

בתאבון!