

# הצבות טריגונומטריות

1. נתון ש- $a_0 = 2023$  ו- $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$  נמצאו את  $a_{2024}$ .

2. פתרו את המערכת

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 1 \\ z = 2y^2 - 1 \\ x = 2z^2 - 1 \end{cases}$$

3. פתרו את המשוואה

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2 + x}}} = x$$

4. תהי הסדרה המוגדרת באופן הבא:  $a_1 = x$ ,  $a_{n+1} = 4a_n(1 - a_n)$ . מצאו את כמות הערכים השונים של  $x$  עבורם  $a_{2023} = 0$ .

5. מבין הפתרונות הממשיים של המערכת

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z^2 + t^2 = 9 \\ xt + yz = 6 \end{cases}$$

מצאו את הפתרונות עבורם  $x + z$  מקסימלי.

6. הוכיחו כי לכל  $x$  ממשי מתקיים ש-

$$\left| \frac{(1-x)x(1+x)}{(1+x^2)^2} \right| \leq \frac{1}{4}$$

7. כמה שורשים בקטע  $[0,1]$  יש למשוואה

$$8x(1 - 2x^2)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 1$$

8. נתונים  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  ממשיים שונים. הוכיחו כי קיימים  $1 \leq i < j \leq 5$  כך ש-

$$|x_i x_j + 1| > |x_i - x_j|$$

9. הוכיחו כי

$$(ab + bc + ca - 1)^2 \leq (a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)$$

10. פתרו את המערכת:

$$\begin{cases} xy + xz + yz = 1 \\ 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 4\left(y + \frac{1}{y}\right) = 5\left(z + \frac{1}{z}\right) \end{cases}$$

11. נתונים  $x, y, z$  ממשיים עבורם  $x + y + z = xyz$  הוכיחו כי

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} + \frac{z}{\sqrt{z^2 + 1}} \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$