

תרגיל 9

1. בעיגול סומנה נקודה שהיא לא במרכז. רוצים לחתוך את העיגול (באמצעות מספריים) ל- n חלקים ולהרכיב מהחלקים עיגול, כך שהנקודה המסומנת תהיה במרכז. עבור איזה n קטן ביותר זה אפשרי?
2. רוצים לחלק את הקוביה ל- n ארבעונים (לאו דווקא חופפים). עבור איזה n קטן ביותר זה אפשרי?
3. נתונה נקודה במרחב, ונתונים 5772 מישורים, אשר מרחק כל אחד מהנקודה הינו לכל היותר 1. האם זבוב בהכרח יכול לעשות מסלול סגור באוויר, שאורכו לא עולה על 13, שעובר דרך כל המישורים הנתונים?
4. נתונה קבוצה סופית S של נקודות במרחב. היטלים של קבוצה זאת ל-3 מישורים שמאונכים זה לזה הם S_x, S_y, S_z . הראו כי $|S|^2 \leq |S_x| \cdot |S_y| \cdot |S_z|$.
נזכיר כי $|A|$ זה כמות האיברים בקבוצה A .
5. נתון לוח משבצות $n \times n$. ברגע ההתחלתי עומדות נמלים בחלק ממרכזי המשבצות. הנמלים מתחילות לזוז במהירות 1 (כאשר רוחב משבצת הוא 1) בכיוונים כלשהם המקבילים לצלעות הלוח.
כאשר שתי נמלים מגיעות מכיוונים מנוגדים נפגשות הן פונות 90° בכיוון השעון (כל אחת ביחס לכיוון התנועה שלה) וממשיכות ללכת במהירות 1. אם במקום כלשהו 3 נמלים או יותר נפגשות הן ממשיכות לנוע באותו כיוון ומהירות וכך יעשו גם שתי נמלים הנעות בכיוונים מאונכים. אם נמלה מגיעה לקצה הלוח היא נופלת מהלוח.
קבעו מהו הזמן המאוחר ביותר בו יכולה ליפול הנמלה האחרונה מהלוח, או הוכח שזמן זה לא בהכרח קיים (כלומר שאפשרי שחלק מהנמלים תשארנה על הלוח לנצח).
6. על כל פאה של ארבעון נמצאת נמלה, שהולכת על היקף של הפאה נגד כיוון השעון במהירות שגדולה יותר מאשר סנטימטר לשנייה, אבל לאו דווקא במהירות קבועה. הראו כי מתישהו ת נמלים חייבות להיפגש. האם טענה דומה נכונה לכל פאון קמור?