

## תרגיל 8

1. מצאו את כל השלמים החיוביים  $n$  כך ש- $n^2 + 2^n$  הוא ריבוע שלם.

2. מצאו את כל המספרים אי-זוגיים  $n > 1$ , כך שלכל שני מחלקים זרים שלו  $a$  ו- $b$ , גם  $a + b - 1$  הוא מחלק של  $n$ .

3. הראו כי  $\binom{n}{1} + 1973 \cdot \binom{n}{3} + 1973^2 \cdot \binom{n}{5} + 1973^3 \cdot \binom{n}{7} + \dots$  מתחלק ב- $2^{n-1}$ .

4. מספרים טבעיים  $x, y, z$  (כאשר  $x > 2, y > 1$ ) מקיימים  $x^y + 1 = z^2$ . כמות המחלקים הראשוניים השונים של  $x$  תסומן  $u$ , כמות המחלקים הראשוניים השונים שח  $y$  תסומן  $v$ . הראו כי  $u \geq v + 2$ .

5. הראו שלכל מספר חיובי שלם  $n$  קיים מספר טבעי  $m$  עבורו  $2^m + m$  מתחלק ב- $n$ .

6. בהינתן מספר ראשוני  $p$ , מצאו את כל המספרים הטבעיים  $m$  עבורם קיימים אינסוף ראשוניים  $q$  כך ש- $q$  לא מחלק אף מספר מהצורה  $n^p - p^m$  כאשר  $n$  טבעי.