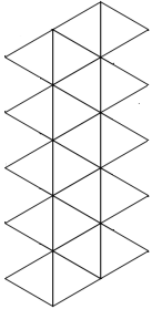


תרגיל 7

הגדרה חשובה: גרף זה קבוצה של נקודות וקשתות בניהם.



1. אלון גזר מדף נייר פריסה של איזושהו פאון. על מנת ליצר פאון קמור, הוא צריך לקפל את הפריסה לאורך K קטעים שמפרדים בין שתי פאות סמוכות של הפאון, ולהדביק M זוגות של קטעים. כמה פאות וכמה קודקודים יהיו למצולע?
התשובה צריכה להיות במונחים של K ו- M , הפריסה בצד שמאל היא להמחשה בלבד, הפאון הוא לא בהכרח עשרימון.

2. במינקלנד הרבה ערים, בין כל שתי ערים יכול להיות שיש אוטובוס ויכול להיות שאין. יאג ולאון מטיילים במינקלנד בשיטה הבאה: בהתחלה, יאג מחליט על עיר שממנה יתחיל הטיול, ולאחר מכן יאג ולאון מחליטים בתורות לאיזו עיר לנסוע (לאון מתחיל), כך שבין העיר בה הם נמצאים לעיר הבאה יש אוטובוס, והם עוד לא ביקרו בעיר הזו. בנוסף, יאג ולאון התערבו, ומי שמתישו לא יוכל לבחור את עיר הבאה בטיול יפסיד. מצאו מתי ללאון יש אסטרטגיית ניצחון.

3. חתכו מקובייה $n \times n \times n$ מספר קוביות של $1 \times 1 \times 1$ כך שהצורה שהתקבלה עדיין מחוברת (כלומר אפשר לעבור מכל קובייה שנשארה לכל קובייה שנשארה תוך מעבר רק בפאות של קוביות שנשארו), כמו כן אם מסתכלים על כל אחת משלושת הפאות לא רואים את הצד השני:
א. כמה קוביות הסרנו לכל היותר כאשר n אי-זוגי.
ב. כמה קוביות הסרנו לכל היותר כאשר $n = 4$.

4. בתחרות מתמטיקה משתתפים N מתחרים, חלקם חברים וחלקם לא (חברות היא הדדית). קבוצת מתחרים נקראת קליקה אם כולם חברים של כולם. נתון שהקליקה הגדולה ביותר היא בגודל זוגי. הראו שאפשר לחלק את המתחרים לשתי כיתות, כך שגודל הקליקה הגדולה ביותר בכיתה ראשונה תהיה שווה לגודל הקליקה הגדולה ביותר בכיתה השנייה.

5. בארץ האגדית חיים דרקונים. לכל דרקון יש בדיוק 4 דרקונים אחרים שהם חברים שלו (החברות היא הדדית). הקוסם מרלין הגיע לארץ האגדית, מצא שני דרקונים שלא היו חברים, ונתן להם לשותות דלי מי קסם לכל אחד, והם נהיו חברים (אבל הם שטו את כל המים הקסומים שמרלין הביא). הוא גם מכיר קסם אופל שגורם לשני דרקונים שהם חברים לריב. הראו שכעת מרלין יכול לשלוח משלחת של מספר דרקונים לארץ התיכונה כך שבמשלחת לכל דרקון יהיו 3 חברים בדיוק.

6. בטירה קסומה חיים 50 אבירים. לכל אחד יש לפחות K חברים. האם בהכרח ניתן לבחור 4 אבירים שניתן להושיב אותם סביב השולחן ישיבות עגול כך שכל אחד ישב ליד שני חבריו
א. אם $K = 4$?
ב. אם $K = 8$?
ג. אם $K = 7$?*