

תרגיל 5

1. נתונה סדרה של מספרים ממשיים חיוביים a_1, a_2, a_3, \dots כך שעבור כל i מתקיים:

$$a_i = |a_{i+1} - a_{i+2}|$$

האם הסדרה יכולה להיות חסומה?

2. עבור מספר טבעי a נסמן \bar{a} המספר המתקבל על ידי הפיכת סדר הספרות, למשל $\overline{146} = 641$.

סדרה a_i מוגדרת בעזרת כלל הנסיגה $a_{i+1} = a_i + \bar{a}_i$.

האם יכול להיות ש- a_7 ראשוני?

3. עבור מספר ממשי x נסמן $\lfloor x \rfloor$ המספר השלם הגדול ביותר שקטן מ- x , ו- $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$ החלק

השברי של x , סדרה x_i מקיימת:

$$x_{i+1} = \lfloor x_i \rfloor \cdot \{x_i\}$$

הוכיחו שעבור i גדול מספיק $x_{i+2} = x_i$.

4. נתון p ראשוני אי-זוגי כך ש- $2 - p$ מתחלק ב-3. נגדיר $a_k = k^2 + k + 1$, חישבו את המכפלה:

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{p-1}$$

מודולו p .

5. נגדיר סדרה בצורה הבא:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{2i} = -x_i \\ x_{2i-1} = (-1)^{i+1} x_i \end{cases}$$

הוכיחו שעבור כל n הסכום $x_1 + x_2 + \dots + x_n$ אי-שלילי.

6. יהיה k מספר טבעי גדול מ-1. סדרה a_1, a_2, \dots מוגדרת באופן הבא: $a_1 = 1, a_2 = k$ ו-

$$a_{n+1} - (k+1)a_n + a_{n-1} = 0 \quad \text{כך ש-} a_n \text{ זה חזקה של } k.$$