

תרגיל 4

1. מהי הכמות המינימלית של נקודות שצריך לסמן במישור, על מנת שמבין המרחקים בין הנקודות המסומנות יופיעו המספרים 1, 2, 4, 8, 16 ו-32?

2. כמה צלחות שרדיוסיהן 10 ס"מ ניתן להניח על שולחן עגול שרדיוסו 30 ס"מ?

3. א. מצולע קמור A מוכל במצולע רמו B. האם בהכרח היקף של A קטן יותר מהיקף של B?

ב. תיבה T מוכלת בתיבה U (בתלת-מימד). האם סכום אורכי המקצועות של T קטן יותר מסכום אורכי המקצועות של U?

ג. ארבעון R מוכל בארבעון S. האם בהכרח סכום המקצועות של R קטן מסכום המקצועות של S?

4. ריבוע מחולק ל-10000 מלבנים על ידי 99 קווים אופקיים ו-99 קווים אנכיים. עבור איזה N מרבי בהכרח אפשר לבחור סדרה של N מלבנים מבין 10000 מלבנים אלה, כל שכל מלבן ניתן להכניס (באמצעות סיבובים והזזות) למלבן הבא בסדרה? הבהרה: שני מלבנים חופפים יכולים להכיל זה את זה.

5. נתון מצולע קמור P בעל n צלעות. נתבונן בכל המשולשים, שנוצרים מ-3 קודקודים שלו. משולש כזה נקרא מגניב עם כל הצלעות שלו שוות 1. מצאו את המספר המרבי של משולשים מגניבים (התשובה תלויה ב- n).

6. על גבי מפית משורטטים n מעגלים אשר כל שניים מהם נחתכים, ואף שלושה לא נחתכים באותה נקודה. טורבו החילזון זוחל לאורך המעגלים, ומשאיר אחריו שובל של כסף, באופן הבא: הוא מתחיל לנוע לאורך אחד המעגלים, עם כיוון השעון. בכל פעם שהוא מגיע לחיתוך עם מעגל אחר, הוא עובר לנוע לאורך המעגל החדש, והופך את מגמת התנועה שלו - כלומר, אם במעגל הקודם הוא זחל עם כיוון השעון, כעת הוא יזחל נגד כיוון השעון, ולהפך.

הוכיחו שאם בסוף התהליך כל המעגלים מכוסים לחלוטין בכסף, אזי n אי-זוגי.