

תרגיל 1

1. נתונה קבוצה A של 101 מספרים שלמים בין 1 ל-1000000. הראו שקיימים 100 מספרים שונים a_1, a_2, \dots, a_{100} בין 1 ל-1000000, כך שהקבוצות $a_i + A$ כולן זרות.
2. בעיגול שרדיוסו 16 סומנו 650 נקודות. האם ניתן לצבוע טבעת עם רדיוס פנימי 2 ורדיוס חיצוני 3 כך שבטבעת יהיו לפחות 10 נקודות מסומנות?
3. נתונים שני מעגלים עם היקף 100 כל אחד. על המעגל הראשון סומנו 100 נקודות ועל המעגל השני סומנו מספר קשתות כך שאורכן הכולל קטן מ-1. האם ניתן לשים את שני המעגלים זה על זה כך שאף נקודה מסומנת לא תהיה על אף קשת מסומנת.
4. קדקודיו של דף משבצות אינסופי נצבעו בשלוש צבעים. האם קיים משולש מונוכרומטי ישר זווית ושווה שוקיים?
5. נתונה חפיסה של 8 קלפים. על כל קלף כתוב מספר שלם. הוכח שניתן לחלק חלק מהקלפים ליוסי ודנה כך שכל אחד מהם יקבל אותו מספר קלפים, וההפרש בין סכום מספרי הקלפים של יוסי לבין סכום מספרי הקלפים של דנה מתחלק ב-67.
6. באולימפיאדה במתמטיקה השתתפו 21 בנים ו-21 בנות. כל אחד פתר לכל היותר 6 שאלות ועבור כל זוג בן-בת יש לפחות שאלה אחת ששניהם פתרו. הוכח כי יש שאלה שלפחות 3 בנים ו-3 בנות פתרו.