

# קוטב דרומי

1.  $AD$  הוא חוצה זווית במשולש  $ABC$ . האנך האמצעי של  $AD$  נחתך עם חוצה הזוויות של  $\angle B, \angle C$  בנקודות  $X, Y$ . הוכיחו מפגש חוצי הזוויות של  $ABC$  נמצא על המעגל  $AXY$ .

2. על המשכי הצלעות  $AB, AC$  נבחרו נקודות  $D, E$  כך ש- $BD = AC, CE = AB$ . הוכיחו כי מרכז המעגל החוסם של  $ADE$  נמצא על המעגל  $ABC$ .

3.  $M$  היא אמצע צלע  $BC$  במשולש  $ABC$  ו- $BE, CF$  הם גבהים במשולש. חוצי הזוויות של  $\angle BAC$  ו- $\angle EMF$  נפגשים בנקודה  $R$ . הוכיחו כי המעגלים  $BFR, CER$  נחתכים שנית בנקודה על הצלע  $BC$ .

4.  $BD, CE$  הם גבהים במשולש  $ABC$  ו- $M$  היא אמצע צלע  $BC$ . המעגל  $BMD$  נחתך עם הצלע  $AB$  שנית בנקודה  $P$ , המעגל  $CME$  נחתך עם הצלע  $AC$  שנית בנקודה  $Q$ . הוכיחו כי  $P, Q, M$  נמצאות על ישר אחד.

5. במשולש  $ABC$  מתקיים ש- $\angle BAC = 60^\circ$  ו- $BD, CE$  הם חוצי הזוויות במשולש. הוכיחו כי השיקוף של  $A$  ביחס ל- $DE$  נמצא על  $BC$ .

6.  $BD, CE$  הם גבהים במשולש  $ABC$  ו- $AP$  הוא חוצה זווית במשולש. נתון שמרכז המעגל החסום במשולש נמצא על חוצה הזווית של הזווית החדה בין הישרים  $BD$  ו- $CE$ . הוכיחו כי מרכז המעגל החוסם של  $DEP$  מתלכד עם מרכז המעגל החסום ב- $ABC$ .

7. יהא  $ABC$  משולש חד זוויות בו מתקיים  $BC < AB$  וגם  $BC < CA$ . תהינה  $P$  נקודה על הקטע  $AB$  ו- $Q$  נקודה על הקטע  $AC$  המקיימות  $Q \neq C, P \neq B$  וכן  $BQ = BC = CP$ . נסמן ב- $T$  את מרכז המעגל החוסם של המשולש  $APQ$ , ב- $H$  את מפגש הגבהים של המשולש  $ABC$ , וב- $S$  את נקודת החיתוך של הישרים  $BQ$  ו- $CP$ . הוכיחו כי הנקודות  $T, H$  ו- $S$  נמצאות על ישר אחד.

8. מפגש הגבהים במשולש  $ABC$  יסומן  $H$ .  $P$  היא עקב האנך מ- $H$  לחוצה הזווית של  $\angle BAC$  ו- $Q$  היא עקב האנך מ- $H$  לחוצה הזווית החיצוני של  $\angle BAC$ . הוכיחו כי  $PQ$  חוצה את הצלע  $BC$ .

9. על האלכסון  $AC$  של מרובע חסום  $ABCD$  נתונה נקודה  $E$  כך ש- $BC = CE, AE = AD$ . המעגל החוסם של  $BDE$  נחתך עם  $AC$  בנקודות  $E, F$  ומרכזו יסומן  $M$ . הוכיחו כי  $FM, AD, BC$  נפגשים בנקודה.

10. נתונה מקבילית  $ABCD$  שבה הזווית  $A$  שווה  $60^\circ$ . מרכז המעגל החוסם של  $ABD$  יסומן  $O$ . הישר  $AO$  נחתך עם חוצה הזווית החיצונית של  $\angle C$  בנקודה  $K$ . מצאו את היחס  $AO:OK$ .

11. על הצלעות  $AB, AC$  של משולש  $ABC$  נבחרו נקודות  $D, E$  כך שהמרובע  $BCED$  חסום במעגל. נתון שמרכז המעגל החסום מבחוץ של משולש  $ADE$  שמשיק לקטע  $DE$  נמצא על האנך האמצעי של  $BC$ . הוכיחו כי מרכז המעגל החסום ב- $ABC$  נמצא על  $DE$ .

12. המעגל החסום במשולש  $ABC$  משיק לצלעות  $BC, AC, AB$  בנקודות  $D, E, F$ . הוא מרכז המעגל החסום במשולש  $DI$  נחתך עם  $EF$  בנקודה  $X$ . הוכיחו כי  $AX$  חוצה את הצלע  $BC$ .