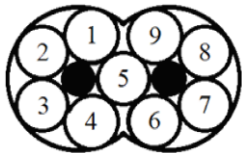


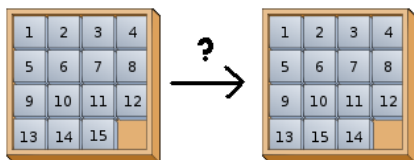
זוגיות תמורה חזומא חויאוד



1. א. המשחק שבציור מורכב משני מעגלים בגודל 5, ו-9 דיסקים ממוספרים, כאשר ניתן להזיז דיסקים בשני המעגלים. האם ניתן להחליף בין 1 ל-2?

ב. מכלילים את המשחק, כאשר אחד מהמעגלים בגודל n והשני בגודל m (כלומר, יש $n + m - 1$ דיסקים סה"כ). לאילו תמורות על הדיסקים ניתן להגיע באמצעות מהלכים חוקיים? (התשובה תלויה ב- n, m)

2. משחק ה-15 הוא לוח 4×4 עם 15 אבנים ריבועיות עליו בגודל 1×1 . בכל צעד ניתן



להחליק על גבי הלוח את אחת האבנים הסמוכות לאבן החסרה, אל האבן החסרה. המצב ההתחלתי הוא שכל האבנים נמצאות במקומן, כמתואר בציור. האם ניתן להגיע למצב הזה למצב ההתחלתי, פרט לאבנים 14, 15 שמתחלפות במקומן?

3. עידו משחק במשחק מחשב. במשחק יש שורה של 200 כדורים צבעוניים ב-100 צבעים: שני כדורים מכל צבע. בתחילת המשחק, כל שני כדורים מאותו צבע נמצאים במרחק 100 זה מזה (כלומר ביניהם בשורה יש 99 כדורים אחרים בדיוק). בכל מהלך, עדו בוחר זוג כדורים סמוכים והמחשב משנה את הסדר שלהם. אם בשלב מסוים של המשחקי שני כדורים מאותו צבע נצמדים, המחשב מעלים אותם. המשחק מסתיים כאשר כל הכדורים נעלמים. האם עדו יכול לסיים את המשחק תוך 5773 מהלכים בדיוק?

4. נתונה טבלה $n \times n$ שבכל משבצת שלה רשום מספר. ניתן "לסובב" כל שורה: להעביר את כל המספרים משבצת אחת ימינה, ואת המספר בקצה הימני להעביר לקצה השמאלי. באופן דומה ניתן "לסובב" כל עמודה. תחת אילו תנאים (על n ועל המספרים בטבלה) ניתן באמצעות סדרת מהלכים להגיע למצב בו הטבלה החדשה תהיה סימטרית לטבלה המקורית ביחס לאלכסון?

5. 1000 חכמים מסתדרים בשורה. יש כובעים הממוספרים מ-1 עד 1001. כובע אחד מוחבא, ואת האחרים מלבישים על החכמים בסדר אקראי. כל חכם רואה רק את הכובעים של אלה שלפניו. לאחר מכן, כל חכם לפי הסדר (כאשר האחורי ראשון והקדמי אחרון), אומר בקול רם מספר שלם. כל מספר שאומרים צריך להיות בין 1 ל-1001, אבל אסור להגיד מספר שכבר נאמר. תוצאת המבחן היא כמות החכמים שאמרו את מספר הכובע שלהם. החכמים יודעים מראש את תנאי המבחן ויכולים לסכם איך לפעול.

א. האם הם יכולים להבטיח תוצאה של לפחות 501?
ב. האם הם יכולים להבטיח תוצאה של לפחות 999?



6. לוקחים קובייה הונגרית, מפרקים אותה לקוביות קטנות, ומחברים אותן מחדש באופן אקראי לכדי קובייה. מה הסיכוי שאפשר לפתור את הקובייה שהתקבלה על ידי מהלכים חוקיים?

בתאבון!