

מקדם יהודי

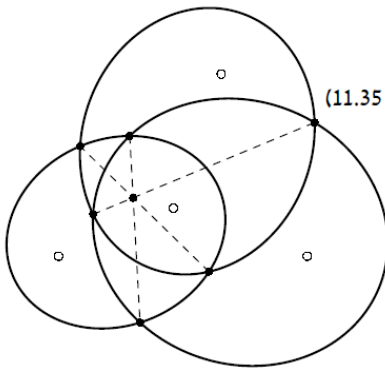
1. נקודות קבועות A, B, C ו-D נמצאות על שניונית קבועה. נקודה משתנה P נמצאת גם היא על אותה השניונית. יהיו a, b, c, d המרחקים מ-P לישירים AB, BC, CD, DA בהתאמה.

א. הראו כי $\frac{ac}{bd}$ הוא קבוע שאינו תלוי בבחירה של P.

ב. במקרה של מעגל, הראו שהקבוע שווה ל-1.

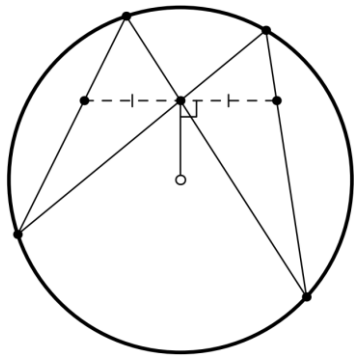
ג. הסיקו שכאשר ABCD חסום במעגל אז הישר שהוא חוצה זווית בין AB ל-CD, מאונך או מקביל לישר שהוא חוצה זווית בין AD ל-BC.

2. נתון משושה משוכלל קבוע ABCDEF. המרחקים מנקודה משתנה P לישירים שהם המשכי צלעות המשושה הם a, b, c, d, e, f . מצאו את המקום הגיאומטרי של נקודות P עבורן מתקיים: $ace = bdf$.

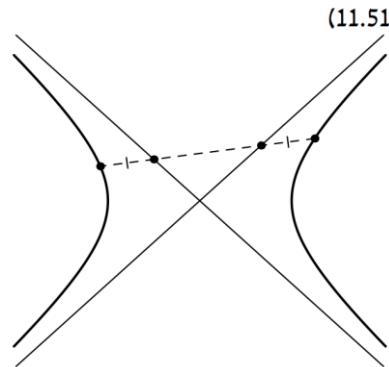


3. בציור ל-3 אליפסות עם מוקד משותף. הראו שהמשפט נכון גם כאשר מחליפים אליפסה בפרבולה או בענף של היפרבולה (אבל עדיין כשיש מוקד משותף ל-3 הצורות).

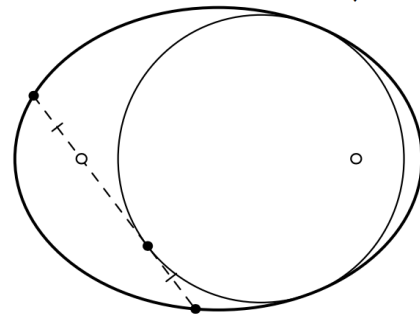
4. פרפרים:



(11.46)



(11.51)



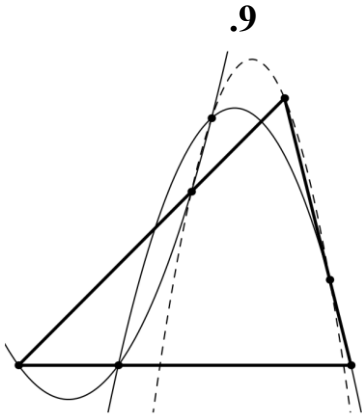
(11.45)

5. בתוך אליפסה: עיגולים ומוקדים

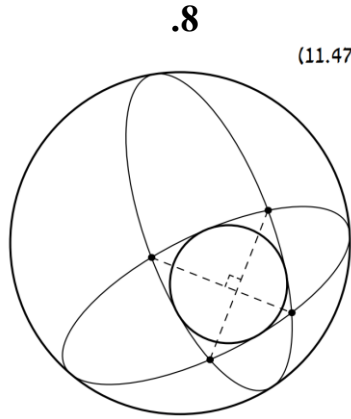
6. נתונות שתי אליפסות α, β בעלות אותו זוג מוקדים, ומשולש ABC שחסום ב- α וחוסם את β . בוחרים נקודה G על הקשת AB של האליפסה α . המרחקים מ-G לישירים BC, CA, AB הם d_a, d_b, d_c . בהתאמה.

$$\frac{1}{d_c} = \frac{1}{d_a} + \frac{1}{d_b}$$

הוכיחו כי

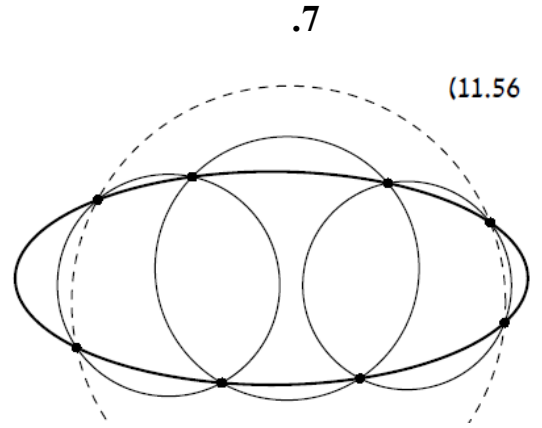


9.



8.

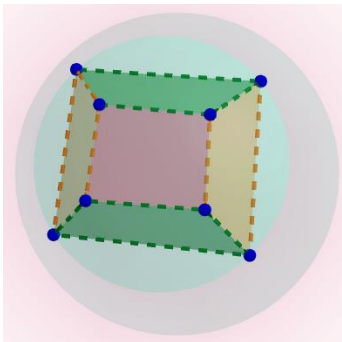
(11.47)



7.

(11.56)

10. זוויות המשולש ABC שונות וחדות. מרכז המעגל החוסם הוא O ; הגבהים נפגשים בנקודה H . נקודות M_a, M_b, M_c הן אמצעי הצלעות שמול A, B, C בהתאמה. נקודה K_a נמצאת על הישר BC והזווית $\sphericalangle K_a H M_a$ ישרה. באופן דומה מוגדרות הנקודות K_b, K_c . הקרן $\overline{M_a H}$ חותכת את המעגל החוסם של ABC בנקודה Q_a ; הישרים AQ_a ו- BC נפגשים בנקודה N_a . באופן דומה מוגדרות הנקודות N_b, N_c .

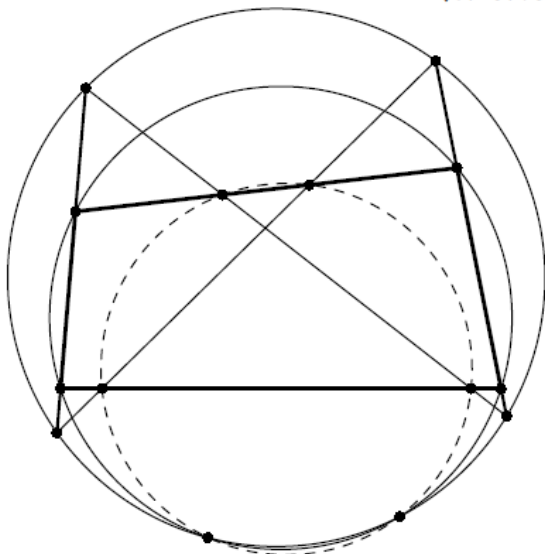


- א. הראו כי הנקודות N_a, N_b, N_c נמצאות על ישר אחד. ישר זה יסומן n .
 ב. הראו כי הנקודות K_a, K_b, K_c נמצאות על ישר אחד. ישר זה יסומן k .
 ג. מה הוא היחס בין המרחקים מ- H לישרים k ו- n ?

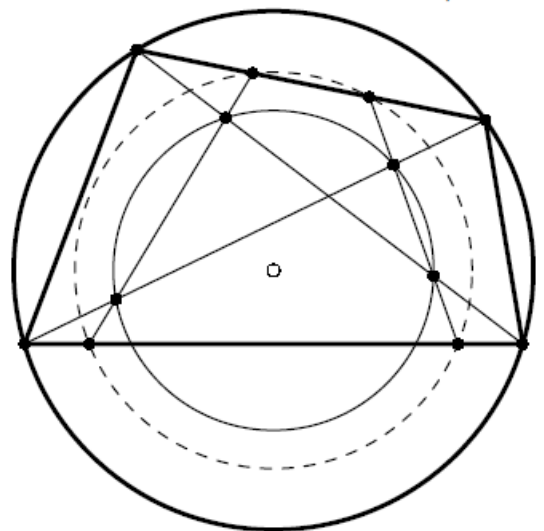
11. צורה שדומה לקוביה: מבין 6 המרובעים שאמורים להיות מישוריים, יש 5 מישוריים; כל 8 הנקודות נמצאות על כליפה כדורית; להוכיח שגם המרובע השישי הוא מישורי.

12.

(6.10.40)



(5.6.22)



13. טורוס מתקבל כמשטח של הגוף שמתקבל מכדור שרדיוסו r שמרכזו מטייל על מעגל שרדיוסו R . הראו שחתך מישורי של טורוס על ידי מישור מקביל לציר הסיבוב ובמרחק r ממנו הוא מקום גיאומטרי של נקודות שמכפלת המרחקים מהם לשתי נקודות ספציפיות שווה לקבוע (בדומה להגדרה הגיאומטרית של אליפסה אבל עם כפל במקום סכום).

בתאבון!