

## נעצים

1. יהי  $a, b, c$  מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{a^2 + 3b^2} + \sqrt{b^2 + 3c^2} + \sqrt{c^2 + 3a^2} \geq 2(a + b + c) \quad (\text{א})$$

(ב)

$$\sqrt{a^2 + 3b^2} + \sqrt{b^2 + 3c^2} + \sqrt{c^2 + 3a^2} \geq \sqrt{6(a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc)}$$

(ג)

$$\sqrt{a^2 + 3b^2} + \sqrt{b^2 + 3c^2} + \sqrt{c^2 + 3a^2} \geq \sqrt{7(a^2 + b^2 + c^2) + 5(ab + ac + bc)}$$

2. יהי  $a, b, c$  מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{a^2 + 3b^2} + \sqrt{b^2 + 3c^2} + \sqrt{c^2 + 3a^2} \leq \sqrt{12(a^2 + b^2 + c^2)} \quad (\text{א})$$

(ב)

$$\sqrt{a^2 + 3b^2} + \sqrt{b^2 + 3c^2} + \sqrt{c^2 + 3a^2} \leq \sqrt{11(a^2 + b^2 + c^2) + ab + ac + bc}$$

3. יהי  $a, b, c$  מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{c^2 + ca + a^2} \geq \sqrt{4(a^2 + b^2 + c^2) + 5(ab + ac + bc)}$$

4. יהי  $a, b, c$  מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{a + 4b + 4c} + \sqrt{b + 4c + 4a} + \sqrt{c + 4a + 4b} \geq \sqrt{25(a + b + c) + \frac{2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})^2}{a + b + c}}$$