

אי-שוויונים חשובים:

$$\boxed{(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2}$$
 קושי-שוורץ:

כאשר a_i, b_i ממשיים כלשהם.

$$\boxed{\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}}$$
 צורת Egle לאי-שוויון קודי-שוורץ:

כאן חשוב לציין כי $b_i > 0$.

$$\boxed{\alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \dots + \alpha_nx_n \geq x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n}}$$
 אי-שוויון הממוצעים (AM-GM):

כאשר $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$, $\alpha_i, x_i > 0$.

$$\text{מקרה פרטי: } \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}, \text{ כאשר } x_i \geq 0$$

אי-שוויון הולדר:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^\alpha (b_1 + b_2 + \dots + b_n)^\beta \geq \left((a_1^\alpha b_1^\beta)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + (a_2^\alpha b_2^\beta)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + \dots + (a_n^\alpha b_n^\beta)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \right)^{\alpha+\beta}$$

לכל $a_i, b_i, \alpha, \beta > 0$.

שאלות

1. בהינתן $a, b, c > 0$ הוכיחו כי $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$.

2. a, b, c צלעות של משולש. הוכיחו כי $\frac{3}{2} \leq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} < 2$.

3. a, b, c צלעות של משולש, r רדיוס המעגל החוסם, R רדיוס המעגל החוסם. הוכיחו

$$\text{כי } \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} + \frac{r}{R} \leq 2$$