

חישוב גאומטרי

1. יהי α ריבוע אשר חסום במעגל ω . יהי β ריבוע אשר אחת מצלעותיו מוכלת בצלע של α והנקודות שלו אשר אינן נמצאות על הישר AB נמצאות על ω . מצאו את יחס הצלעות של α ו- β .

2. יהי ABC משולש ויהי ω המעגל החסום שלו. נסמן ב- D_1, E_1 את נקודות ההשקה של ω עם הצלעות BC, AC בהתאמה. יהיו D_2, E_2 נקודות ההשקה של המעגלים החסומים מבחוץ לצלעות BC, AC בהתאמה. נסמן ב- N את נקודת החיתוך של הישרים AD_2 ו- BE_2 . המעגל ω חותך את הקטע AD_2 ב-2 נקודות, נסמן את הקרובה יותר ל- A ב- Q . הוכיחו כי $AQ = D_2N$.

3. נתבונן על מרכזי המעגלים החסומים במשולש ABC , נסמנם I, I_A, I_B, I_C . נסמן ב- R את רדיוס המעגל אשר חוסם את ABC . הביעו את $I I_A^2 + I_B I_C^2$ באמצעות R .

4. נתון משולש ABC . נסתכל על המעגל החסום מבחוץ שמשיק לצלע BC . הוא חותך את המעגל החוסם של ABC ב-2 נקודות. תהי A' נקודת החיתוך של הישר אשר מחבר 2 נקודות אלו והישר BC . באופן דומה נגדיר את B', C' . הוכיחו כי הנקודות A', B', C' נמצאות על ישר אחד.

5. יהי $ABCD$ מרובע אשר אינו חסום במעגל. נסמן ב- d_A את דרגת הנקודה של A ביחס למעגל BCD . באופן דומה נגדיר את d_B, d_C, d_D . מצאו את $\frac{1}{d_A} + \frac{1}{d_B} + \frac{1}{d_C} + \frac{1}{d_D}$.

6. במשולש ABC מתקיים $AB = AC \neq BC$. מרכז המעגל החסום הוא I . הישר BI חותך את AC בנקודה D , והאנך ל- AC דרך D חותך את AI ב- E . הוכיחו כי השיקוף של I ביחס ל- AC נמצא על המעגל החוסם של המשולש BDE .

7. יהי ABC משולש בו מתקיים $AB = AC$. תהי D אמצע AC . חוצה זווית $\sphericalangle BAC$ חותך את המעגל DBC בנקודה E אשר נמצאת בתוך המשולש ABC . הישר BD חותך את המעגל AEB בשתי נקודות B, F . נסמן את נקודות החיתוך של AF, BE ב- I . הישרים CI ו- BD נחתכים בנקודה K . הראו כי I היא מרכז המעגל החסום של המשולש KAB .

בתאבון!