

משוואות פונקציונליות

בתרגיל \mathbb{R}^+ מסמן ממשיים חיוביים, \mathbb{Q}^+ רציונליים חיוביים, \mathbb{N} שלמים חיוביים.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x - f(y)) = f(-x) + (f(y) - 2x)f(-y) \quad .1$$

.2 מצאו את כל ה- $a \in \mathbb{R}$ כך שקיימת פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ו- f

$$x + af(y) \leq y + f(f(x))$$

$$f, g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad f(g(x)y + f(x)) = (y + 2015)f(x) \quad .3$$

הראו כי $2015g(x) = f(x)$

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad \frac{x+f(y)}{xf(y)} = f\left(\frac{1}{y} + f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \quad .4$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x + f(y)) = f(x - f(y)) + 4xf(y) \quad .5$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x^3 + y^3 + xy) = x^2f(x) + y^2f(y) + f(xy) \quad .6$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad f(f(m)^2 + 2f(n)^2) = m^2 + 2n^2 \quad .7$$

$$f: \mathbb{Q}^+ \rightarrow \mathbb{Q}^+ \quad f(f(x)^2y) = x^3f(xy) \quad .8$$

$$f: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad f(f(x, y), z) = x^2y^2f(x, z) \quad .9$$

$$f(x, 1 + f(x, y)) \geq x^2 + xyf(x, x)$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)f(y) + f(xy) + f(x) + f(y) = f(x + y) + 2xy \quad .10$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x)f(yf(x) - 1) = x^2f(y) - f(x) \quad .11$$

בתאבון!