

קיצוני

1. בעמק קסום חיים 5777 דרקונים. כל שני דרקונים עשו פעם קרב (אחד בדיוק), ובכל קרב כזה דרקון אחד ניצח, ואחר הפסיד, ומאז הוא מפחד מהדרקון שניצח אותו. הוכיחו שאם אי-אפשר להושיב את כל הדרקונים במעגל כך שכל דרקון מפחד מדרקון שליזו, אז אפשר לחלק את כל הדרקונים לשתי להקות α ו- β (קבוצות לא ריקות) כך שכל דרקון מלהקה β מפחד מכל דרקון מלהקה α .
2. נתון מצולע בעל 10^{1000} קודקודים. ליד כל קודקוד רשום בכחול מספר טבעי. ליד כל צלע רושמים בירוק את הכפולה המשותפת המינימלית של שני המספרים בקודקודי הצלע. האם יתכן שהמספרים הירוקים הם 10^{1000} מספרים עוקבים שרשומים באיזשהו סדר?
3. נתונה פירמידה שבסיס שלה הוא מצולע קמור אופקי. מסובבים כל פאה משולשית צדדית סביב מקצוע אופקי שלה לכיוון הבסיס, עד שהיא נהיית אופקית. הראו שלאחר סיבוב המשולשים שהגיעו מהפאות מכסים את הבסיס.
4. תיבה מורכבת ממספר סופי של קוביות (גדול מ-1). האם בהכרח יש בחלוקה שתי קוביות באותו גודל?
5. נתון בגרף שבו דרגה של כל קודקוד היא לפחות 3. הראו שבגרף יש מסלול מעגלי שאורכו לא מתחלק ב-3.
6. בישר נבחרו 19 קטעים לבנים ו-19 קטעים שחורים, כך שכל קטע לבן חותך לפחות 10 קטעים שחורים, וכל קטע שחור חותך לפחות 10 קטעים לבנים. הראו כי יש קטע לבן שחותך את כל הקטעים השחורים, וקטע שחור שחותך את כל הקטעים הלבנים.
7. במישור נתונים מספר מלבנים. לכל שניים מהם ניתן לצייר ישר אופקי או ישר אנכי שחותך את שניהם. הראו שניתן לצייר צלב שמורכב מישר אופקי וישר אנכי שחותך את כולם.
8. בתוך מצולע קמור בעל N צלעות נבחרו N נקודות שונות.
 - א. הוכיחו שיש זיווג בין נקודות לבין הצלעות כך שקמור של כל נקודה והצלע שלה זה N משולשים זרים.
 - ב. הוכיחו שיש זיווג בין נקודות לבין הצלעות כך שקמור של כל נקודה והצלע שלה זה N משולשים שמכסים את המצולע.

בתיאבון!