

התחלקות

1. א. חשבו את $\gcd(5^{5778} + 7^{5778}, 5^{5564} + 7^{5564})$.

ב. חשבו את $\gcd(f_{f_{f_{5775}}}, f_{f_{f_{5770}}})$, כאשר $f_0 = 0, f_1 = 1, f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$.

2. חשבו את הערך המרבי האפשרי של $\frac{\gcd(m + 2000n, n + 2000m)}{\gcd(m, n)}$.

3. בתחילת המשחק, על הלוח רשומים כל המספרים הטבעיים האי-זוגיים שקטנים או שווים ל- n . בכל שלב ושלב, בוחרים מספר שקטן או שווה ל- n וכופלים אותו ב-2. כמה שלבים יהיו במשחק?

4. א. המספר 00111111111111111117 מתחלק ב-53. מצאו את הספרה המובילה.

ב. המספר 20333333333333333333308 מתחלק ב-19. מצאו את הספרה המובילה.

5. נגדיר סדרה $a_n = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$. האם יתכן כי 5 איברים רצופים בסדרה מתחלקים ב-2005?

6. מספר נקרא מסובך, אם כאשר לוקחים 3 ספרות רצופות כלשהן ברישום העשרוני שלו, ומחליפים אותן ב-3 ספרות אקראיות, המספר יהיה פריק. האם יש מספר מסובך עם פחות מ-1000 ספרות?

7. הראו כי $(2m)! \cdot (2n)!$ מתחלק ב- $m! \cdot n! \cdot (m+n)!$.