

משוואות דיופנטיות

0. מצאו את כל המספרים הראשוניים מהצורה $x^4 + 4y^4$.
1. מצאו את כל מספרים השלמים החיוביים a, b כך ש $7^a - 3^b | a^4 + b^2$.
2. מצאו את כל המספרים השלמים x, y כך ש $\frac{(x^2-x+1)(y^2-y+1)}{xy}$ שלם.
3. מצאו את כל השלשות (x, y, p) כאשר x, y שלמים חיוביים, p ראשוני וגם $x^{p-1} + y, y^{p-1} + x$ שניהם חזקות p .
4. מצאו את כל הפתרונות במספרים טבעיים למשוואה $\frac{x^7-1}{x-1} = y^5 - 1$.
5. מצאו את כל הפתרונות הטבעיים למשוואה $(2^{2015} + 1)^x + 2^{2015} = 2^y + 1$.
6. הראו כי אם p הוא מספר ראשוני ו- u, v שלמים חיוביים אשר מקיימים $p^2 = \frac{u^2+v^2}{2}$ אז $2p - u - v$ הוא ריבוע שלם או פעמיים ריבוע שלם.
7. מספר שלם נקרא טוב אם קיימים מספרים רציונליים a, b כך שהמספר שווה ל- $a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b}$.
- א. הראו כי קיימים אינסוף מספרים ראשוניים שלא מחלקים אף מספר טוב.
- ב. הראו שקיימים אינסוף ראשוניים שמחלקים מספר טוב.

בתיאבון!