

## נספור?

1. על המעגל שחור סומנו 40 נקודות אדומות, 30 נקודות כחולות, ו-20 נקודות ירוקות. על כל קשת שחורה עם קצה כחול וקצה אדום רושמים 3, על כל קשת שחורה עם קצה ירוק וקצה אדום רושמים 4, ועל קשת שחורה עם קצה כחול וקצה ירוק רושמים 5. מצאו את המקסימום סכום כל המספרים מסביב למעגל.

2. טבלת משבצות  $10 \times 10$  צבועה בשני צבעים. בטבלה יש כמות זהה של משבצות שחורות ולבנות. ליאור טוען, שבכל שורה ובכל עמודה, יש לפחות K משבצות מאותו הצבע. עבור איזה K גדול ביותר זה יתכן?

3. בטבלה  $999 \times 999$  כל משבצת צבועה באחד משני צבעים: לבן או אדום. נסמן ב-T את מספר השלשות  $(A, B, C)$  של משבצות, כך ש-A ו-B באותה שורה, B ו-C באותה עמודה, B אדומה, A ו-C לבנות. מצאו הערך הגדול ביותר האפשרי עבור T.

4. בארץ רחוקה מאוד יש 1988 ערים ו-4000 כבישים. הראו שיש מסלול מעגלי שעובר ב-20 ערים לכל היותר.

5. יש 13 מנורות במעגל. מתחת לכל מנורה יש מתג שמשנה מצב של 3 מנורות סמוכות עליו. בהתחלה יש מצב כלשהו של מנורות. צריך לשנות מצבי מתגים כדי שבסוף יהיה דלוקה מנורה אחת (כלשהי). מהו המספר המרבי של שינויי מתגים שצריך לעשות?

6. בקבוצה  $12k$  אנשים, ולכל אחד יש בדיוק  $3k + 6$  חברים, ולכל שניים יש בדיוק  $m$  חברים משותפים. כמה אנשים יש בקבוצה?

7. עבור  $n \geq 2$ , יהיו  $S_1, S_2, \dots, S_{2^n}$  תתי-קבוצות של  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2^{n+1}\}$  כך שלא קיימים שני אינדקסים  $a < b$  ושלושה איברים  $x < y < z$  כך ש- $y, z \in S_a$  ו- $x, z \in S_b$ . הראו שבאחת מתתי-הקבוצות  $S_1, S_2, \dots, S_{2^n}$  יש לכל היותר  $4n$  איברים.

8. רוצים לארוז  $2n(2n+1)$  תיבות בגודל  $1 \times 2 \times (n+1)$  בקופסה קובייתית עם מקצועות באורך  $2n+1$ . הפאות של התיבות צריכות להיות מקבילות לפאות הקופסה. עבור אילו ערכי  $n$  זה אפשרי?

9.  $n$ -ומינו הוא צורה קשירה המורכבת מ- $n$  משבצות. נתון לוח משבצות אינסופי. עבור אילו ערכי  $n$  שלם חיובי קיים  $n$ -ומינו וקיימת צביעה של לוח המשבצות בשחור ובלבן, כך שבכל דרך שנניח את ה- $n$ -ומינו על הלוח הוא יכסה מספר זוגי של משבצות שחורות, אך בכל דרך שנניח את תמונת המראה שלו על הלוח היא תכסה מספר אי-זוגי של משבצות שחורות?

ניתן להזיז את הצורות ולסובב אותן בכפולות של  $90^\circ$ , אך לא לשקף.

**בתאבון!**