

C

1. פרקו לגורמים פולינום $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$. הסיקו כי עם a, b, c ממשיים

אז $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ אך ורק כאשר $a + b + c$ חיובי.

2. חשבו ללא שימוש במחשבון, מה גדול יותר: $\frac{1}{4} \arctan$ או 15° ?

3. נתון מצולע משוכלל $A_1A_2 \dots A_n$ שמרכזו O . נניח כי $OA_i = 1$, וכי A_1 הוא אמצע

הקטע OB . חשבו את $A_1B \cdot A_2B \cdot A_3B \cdot \dots \cdot A_{n-1}B \cdot A_nB$.

4. כל המספרים הטבעיים חולקו למספר סופי של מחלקות, כאשר כל מחלקה היא סדרה

חשבונית. הוכיחו כי יש שתי סדרות עם אותו ההפרש.

5. נסמן $t_k = \tan(5^\circ + 72^\circ \cdot k)$. חשבו ללא מחשבון את $t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + t_4$ ואת

$$t_0 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot t_4$$

6. מהוא הערך הקטן ביותר של $\cos(4x) + 2\cos(3x) + 3\cos(2x) + 4\cos(x)$?

7. נתונות 4 נקודות שונות במישור: A, B, C, D . הוכיחו את אי-השוויונים הבאים:

א. $AB \cdot CD + BC \cdot AD \geq AC \cdot BD$ (משפט תלמי)

ב. $AB \cdot AD \cdot BD + BC \cdot BD \cdot CD + CA \cdot CD \cdot AD \geq AB \cdot BC \cdot CA$

ג. $\frac{AD^2}{AB \cdot AC} + \frac{BD^2}{BA \cdot BC} + \frac{CD^2}{CA \cdot CB} \geq 1$

ד. $\frac{AD^3}{AB \cdot AC} + \frac{BD^3}{BA \cdot BC} + \frac{CD^3}{CA \cdot CB} \geq 3MD$, כאשר M היא נקודת מפגש התיכונים

של המשולש ABC .

בתאבון!