

## מיצוע

1. נתון פולינום  $p$  ממעלה שנייה בשני משתנים. בנוסף, נתונים שני משולשים משוכללים

חופפים עם מרכז משותף,  $A_1A_2A_3$  ו- $B_1B_2B_3$ . הראו כי  $\sum_{i=1}^3 p(A_i) = \sum_{i=1}^3 p(B_i)$ .

2. הראו שלכל שלושה ווקטורים  $u, v, w$  במרחב מתקיים אי-שוויון:

$$|u| + |v| + |w| + |u + v + w| \geq |u + v| + |u + w| + |v + w|.$$

3. הראו שלכל 5 נקודות במישור  $A, B, C, P, Q$  מתקיים

$$AB + BC + CA + PQ \leq AP + BP + CP + AQ + BQ + CQ.$$

4. נתונן צורה קמורה סגורה (עם גבול). מרחק הכי גדול שיש בין שתי נקודות בצורה הוא

$d$  (אורך הקוטר). הראו שאורך הגבול הוא לכל היותר  $\pi d$ . מתי מתקיים שוויון? נסו לתאר את כל המקרים!

5. זורקים מקל ישר באורך  $\ell$  על דף משבצות, כאשר צלע של כל משבצת באורך  $d$ . מצאו את התוחלת של כמות קווי הרשת שחותכים את המקל.

6. במישור 10 נקודות. תוכיחו שאפשר לכסות אותם באיחוד זר של מטבעות שקל.

7. פאון קמור  $A$  נמצא בתוך פאון קמור  $B$ . הראו כי סכום שטחי הפאות של  $A$  קטן יותר מסכום שטחי הפאות של  $B$ .

8. תיבה  $A$  נמצאת בתוך תיבה  $B$ . הראו כי סכום אורכי המקצועות של  $A$  קטן יותר מסכום אורכי המקצועות של  $B$ .

9. ארבעון  $A$  נמצאת בתוך ארבעון  $B$ . האם בהכרח סכום אורכי המקצועות של  $A$  קטן יותר מסכום אורכי המקצועות של  $B$ ? אם לא, מצאו מהו היחס הגדול ביותר שיכול להיות בין סכום המקצועות של  $A$  לסכום המקצועות של  $B$ .

10. נתונן צורה קמורה סגורה ששטחה שווה ל- $S$ . הראו שניתן לחסום בה משולש עם שטח  $\alpha S$ , עבור  $\alpha$  גדול ככל האפשר.

**בתאבון!**