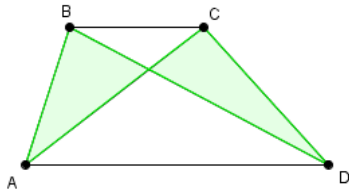


תרגיל שטחים

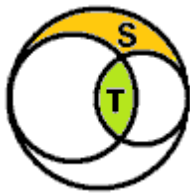


1. נתון טרפז $ABCD$.

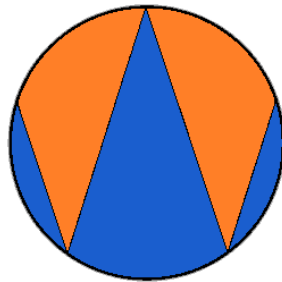
- א. הוכיחו כי שני המשולשים המסומנים בירוק הינם שווי שטח.
 ב. האם שני המשולשים הירוקים תופסים יותר או פחות שטח משני המשולשים האחרים?

2. במעגל יחידה חסום מצולע משוכלל בעל N צלעות, ששטחו שלם. מהו N ?

3. נתון מצולע משוכלל בעל N צלעות שכל צלע שלו באורך 1. מהו השטח של הטבעת שנמצאת בין המעגל החוסם למעגל החסום?



4. נתונים שלושה מעגלים שקוטריהם 3, 4, 5. המעגלים הקטנים משיקים למעגל הגדול מבפנים, בנקודות נגדיות (ראה ציור). חשבו את $\frac{T}{S}$: היחס בין החלק הירוק לחלק הכתום.



5. מה יותר גדול – השטח הכחול או הכתום?

6. במשושה $ABCDEF$ הצלעות המנוגדים מקבילים זה לזה, כלומר $BC \parallel EF$, $AB \parallel DE$ ו- $CD \parallel FA$. הוכיחו כי המשולשים ACE ו- BDF הינם שווי שטח.

7. בתוך מצולע משוכלל בעל $2N$ צלעות נבחרה נקודה. מחברים את הנקודה לכל קודקודי המצולע, כך שנוצרים $2N$ משולשים. משולשים אלה נצבעו באדום וכחול לפי "צביעת שחמט" – כל שני משולשים סמוכים הינם בצבעים הפוכים. הוכיחו כי סכום שטחי המשולשים בצבע כחול שווה לסכום שטחי המשולשים בצבע אדום.

בתיאבון!

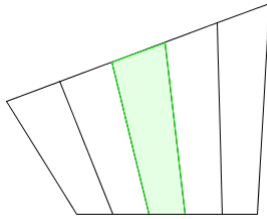
(יש עוד דף למי שפותר הכל)

תרגיל שטחים

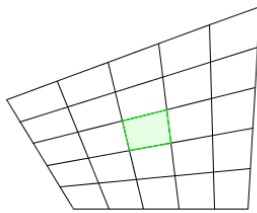
8. במצולע קמור חסום מעגל (שמשיק לכל צלעותיו). הוכיחו שאם קו ישר חוצה את השטח ואת ההיקף של המצולע (כלומר מחלק את כל אחד מהם לשני חלקים שווים), אז הישר הזה עובר דרך מרכז המעגל.

9. במשולש ABC נתונים אורכי הצלעות $a = BC$ ו- $b = AC$. נקודה D נמצאת על הצלע AB , ונתונים לנו ערכי הזוויות $\angle BCD = \varphi$, $\angle ACD = \psi$. אורך הקטע $l = CD$ אינו נתון. מצאו נוסחא ל- l באמצעות a, b, φ, ψ .

10. מצולע $A_1A_2A_3\dots A_{2n}$ חסום במעגל. נתונה נקודה B על אותו המעגל. המרחקים מנקודה B לישרים $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{2N-1}A_{2n}, A_{2n}A_1$ שווים $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{2n}$ בהתאמה. הוכיחו כי $d_1 \cdot d_3 \cdot \dots \cdot d_{2n-1} = d_2 \cdot d_4 \cdot \dots \cdot d_{2n}$.



11. א. במרובע כל אחת בין שתי צלעות נגדיות חולקה ל-5 חלקים שווים, ונקודות החלוקה המתאימות חוברו. כך המרובע חולק ל-5 חלקים מרובעים. הוכיחו כי שטח המרובע האמצעי שווה לממוצע של שטחי חמישה המרובעים שנוצרו.



ב. נניח שגם שתי צלעות אחרות חולקו לחמישה חלקים שווים כל אחת, וגם נקודות החלוקה בשני הצלעות האחרות חוברו באותה צורה. אז המרובע חולק ל-25 מרובעים. הוכיחו כי שטח של המרובע המסומן בירוק שווה לממוצע שטחים של 25 המרובעים.

12. נקודה O מהווה מרכז מעגל שחסום במרובע $ABCD$. אמצעי האלכסונים של המרובע מסומנים ב- M ו- N . הוכח כי הנקודות O, M, N נמצאות על ישר אחד.

13. הוכיחו כי לכל מחומש קמור $ABCDE$, שטחו קטן או שווה לסכום שטחי המשולשים ABC, BCD, CDE, DEA, EAB .

14. נתון מרובע קמור $ABCD$. המשכי הצלעות AB ו- CD נפגשים בנקודה O . הישר שמחבר את אמצעי האלכסונים של המרובע חותך את הישר AB בנקודה M , ואת CD בנקודה N . הראו כי

$$\frac{OM}{ON} = \frac{AB}{CD}$$

בתיאבון!