

זוויות

1. נתון משולש ABC , AD חוצה הזווית של A . אמצע הצלע BC יסומן ב- M . מרכז המעגל החוסם של המשולש ABC יסומן O ומרכז המעגל החוסם של המשולש ADM יסומן X . הוכיחו כי XO מקביל ל- AD .
2. נתון משולש שווה שוקיים ABC , $AB = AC$. אמצע BC יסומן ב- M ועקב האנך מ- M ל- AB יסומן D . מרכז המעגל החוסם במשולש ADC יסומן I . הוכיחו כי המרובע $BDIC$ חסום במעגל.
3. נתון משולש ABC , אמצע הצלע BC תסומן ב- M . נתון כי $2\angle MAC = \angle MAB$. על הישר AM נבחרה נקודה D כך ש- $\angle DBA = 90^\circ$. הוכיחו כי $AD = 2AC$.
4. נתון משולש ABC והמעגל החוסם אותו שיסומן ω . המשיקים ל- ω ב- B, C נחתכים ב- P . עקבי האנכים מ- P ל- AB, AC יסומנו D, E בהתאמה. הוכיחו כי מפגש הגבהים במשולש ADE מתלכד עם אמצע BC .
5. נתון משולש ABC . E, F הם עקבי הגבהים ב- B, C בהתאמה. אמצע BC יסומן ב- M . חוצי הזווית של $\angle BAC$ ו- $\angle EMF$ נחתכים ב- L . הוכיחו כי CEL ו- BFL נחתכים על BC .
6. נתון מרובע חוסם מעגל $ABCD$, המעגל החוסם משיק ל- AB, CD בנקודות M, N בהתאמה. על הקרן NM נבחרה נקודה K כך ש- $AM = AK$ ו- M בין N ל- K . מרכז המעגל החוסם במרובע יסומן I . הוכיחו כי DI חוצה את NK .
7. נתון משולש שווה שוקיים ABC , $AB = AC$. מרכז המעגל החוסם של המשולש יסומן O . על הקטע AO נבחרה נקודה כלשהי M ועל הצלע AB נבחרה נקודה L כך ש- $\angle OLM = \angle OLB$. אמצע הצלע AC יסומן ב- D . השיקוף של M ביחס ל- D יסומן M' . החיתוך של OM' עם AC יסומן ב- K . הוכיחו כי $OKAL$ חסום במעגל.
8. נתונה מקבילית $ABCD$. דרך הקודקוד A העבירו ישר l החותך את הישרים BC, CD בנקודות G, F בהתאמה. מרכז המעגל החוסם של המשולש CFG יסומן ב- E . נתון כי המרובע $BCED$ חסום במעגל. הוכיחו כי l חוצה את הזווית $\angle BAD$.
9. על הצלע BC של משולש ABC נבחרו נקודות P, Q כך ש- $\angle PAB = \angle ACB$, $\angle QAC = \angle ABC$. יהיו M, N נקודות על AP, AQ בהתאמה כך ש- P אמצע AM ו- Q אמצע AN . הוכיחו כי החיתוך של BM עם CN נמצא על המעגל החוסם של ABC .
10. נסמן את המעגל החוסם של המשולש ABC ב- Ω , ואת מרכז המעגל ב- O . מעגל Γ עם מרכז ב- A חותך את הקטע BC בנקודות D ו- E כך ש- B, D, E, C מופיעות על הישר BC בסדר זה. תהיינה F, G נקודות החיתוך של Ω ו- Γ כך שהנקודות A, F, B, C, G מופיעות על Ω בסדר זה. תהא K נקודת החיתוך השנייה של המעגל החוסם של BDF והקטע AB . תהא L נקודת החיתוך השנייה של המעגל החוסם של CGE והקטע AC . נקודת החיתוך של FK ו- GL תסומן ב- X . הוכיחו כי X נמצאת על הישר AO .