ערך השוויון

בתרגיל זה אין צורך להוכיח כי ישר ומעגל נחתכים בשתי נקודות

1. נתון משולש ABC ומעגל ω עם קוטר BC. ω חותך שנית את AC, AB ב- E, F בהתאמה. M היא אמצע הצלע BC. EF חותך את AM בנקודה P. על הקשת EF (שלא מכילה את B, C) נבחרה נקודה X. הישר PX חותך את ω שנית בנקודה Y. הוכיחו כי $\angle XAY = \angle XYM$.

2. במשולש ABC הזווית C ישרה. עקב האנך מ- C לצלע AB יסומן D. בנוסף נתונה נקודה X על הקטע CD ושתי נקודות K, L על הקטעים AX, BX בהתאמה כך ש- $BC = BK$ ו- $AC = AL$. החיתוך של AL עם BK יסומן M. הוכיחו כי $MK = ML$.

3. נתון משולש ABC. נקודות X, Y נבחרו על מעגל קבוע שעובר ב- B, C כך ש- $\angle AXB = \angle CYA$. הוכיחו כי כאשר X, Y נעות על המעגל, הישר XY עובר בנקודה קבועה.

4. על הצלע BC של משולש ABC נבחרו נקודות P, Q כך ש- $\angle PAB = \angle ACB,\ \angle QAC = ABC$. יהיו M, N נקודות על AP, AQ בהתאמה כך ש- P אמצע AM ו- Q אמצע AN. הוכיחו כי החיתוך של BM עם CN נמצא על המעגל החוסם של ABC.

5. נתון משולש ABC ומעגל ω המשיק למעגל החוסם של ABC בקודקוד A. ω חותך את הצלע AB בנקודות A, K. על ω נבחרה נקודה P כך ש- CP משיק ל-ω. נקודת החיתוך של KP עם BC תסומן T. הוכיחו כי BT שווה באורכו לאורך המשיק מ-B ל-ω.

6. נתון משולש ABC. חוצה הזווית של A חותך את הצלע BC בנקודה D. המעגל החסום במשולש משיק לצלע BC בנקודה E ומרכזו I. הישר המקביל ל- BC ועובר דרך A חותך שנית את המעגל החוסם של ABC בנקודה A'. המעגל החוסם של ADE חותך את EA' שנית בנקודה K. הוכיחו כי $AI = KI$.

7. נתון משולש שווה שוקיים ABC, $AB = AC$. מעגל ω משיק לצלעות AB, AC וחותך את הצלע BC בנקודות K ו-L. נקודות P ו-Q נבחרו על BC כך ש-B היא אמצע PK ו-C היא אמצע QK. AK חותך את ω שנית ב-R. הוכיחו שהמעגל החוסם של המשולש PQR משיק למעגל ω.

8. במשולש ABC אמצעי הצלעות AC, AB יסומנו E, F. I הוא מרכז המעגל החסום. על המעגל החוסם של ABC נבחרה נקודה P. האנך האמצעי של AI יסומן l. הישרים AP, l נחתכים ב-Q. נקודה R נבחרה על l כך ש- $\angle RPI = 90°$. נקודת החיתוך של הישרים IQ, EF תסומן M. הוכיחו כי $\angle RMA = 90°$.

9. נתון משולש ABC $(AB < AC)$ החסום במעגל ω עם מרכז O. המשיק ל-ω ב-A חותך את BC ב-P. עקב האנך מ-A ל-PO יסומן ב-X. על הצלעות AC, AB נבחרו נקודות E, F כך ש- $\angle FXP = \angle ACX,\ \angle EXO = \angle ABX$. הישר EF חותך את ω בנקודות K, L. הוכיחו כי OP משיק למעגל החוסם של XKL.

10. נתון מרובע $ABCD$ כך ש- $\angle ABC = \angle ADC = 90°$. עקב הגובה מ-$A$ ל-BD יסומן H. על הצלעות AD, AB נבחרו נקודות T, S כך ש- $\angle CHS - \angle CSB = \angle CHT - \angle CTD = 90°$ ו-H נמצאת בתוך המשולש CST. הוכיחו כי המעגל החוסם של STH משיק ל-BD.