

שילוש רותם

1. נתון ריבוע בעל אורך צלע 20 שקודקודיו מסומנים באדום. בתוך הריבוע סימנו 1999 נקודות נוספות באדום. הוכיחו שאפשר לבחור שלוש נקודות אדומות, ששטח המשולש שהן יוצרות קטן או שווה ל- $\frac{1}{10}$.
2. שילוש של מצולע יקרא **מעניין**, אם כל המשולשים בשילוש הם חדי זווית (כל הזוויות קטנות מתשעים מעלות). הראו שלכל מצולע קמור יש לכל היותר שילוש מעניין אחד.
Russia math Olympiad 2003
3. הראו שלכל n טבעי, קיים מצולע שיש לו בדיוק n שילושים שונים.
RMM 2019 P4
4. נתון חדר בצורת מצולע בעל n צלעות. מה המספר המינימלי של נרות, שבודאות נוכל לשים במצולע כך שכולו יהיה מואר?
5. נתון מצולע בעל n צלעות. הראו שניתן לחתוך אותו באלכסון פנימי לשני חלקים, כך שבכל חלק יש לפחות $1 + \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ קודקודים.
6. פליפ בשילוש הוא לקחת שני משולשים בשילוש שמרכיבים מרובע קמור, ולהחליפם בשני המשולשים האחרים שמרכיבים את אותו מרובע. בהינתן קבוצה של n נקודות שלא כולן על ישר אחד, הראו שבאמצעות פליפים ניתן לעבור מכל שילוש של הקבוצה לכל שילוש אחר.
7. הראו שניתן לשלש כל קבוצת נקודת שבה אף שלוש נקודות לא נמצאות על ישר אחד, כך שאף נקודה לא תהיה בתוך אחד מהמעגלים החוסמים של המשולשים בשילוש. מצאו תנאי הכרחי ומספיק לכך ששילוש זה הוא יחיד.
8. הוכיחו שקיים קבוע ממשי $c > 0$, ככה שלכל קבוצה של n נקודות שאף שלוש מהן לא על ישר, ניתן לצבוע אותן ב- $c \log n$ צבעים, כך שלכל דיסק שמכיל לפחות נקודה אחת, יש צבע מסוים, כך שהדיסק מכיל בדיוק נקודה אחת מצבע זה. (הדיסק מכיל גם את שפתו).
9. שילוש יקרא **קדוש** אם כל המשולשים בשילוש הם שווי שטח. נתון מצולע קמור. הראו שכל שני שילושים קדושים שונים שלו נבדלים בשני משולשים בדיוק.
Shortlist 2015 G8