

תרגיל 5

בכל שאלה, מצאו את כל הפונקציות המקיימות את התנאים הנתונים

$$\mathbb{Z}^+ = \text{שלמים חיוביים} \quad \mathbb{R}^+ = \text{ממשיים חיוביים} \quad \mathbb{R} = \text{ממשיים}$$

1. $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$, $f(n) + 2f(f(n)) + 3f(f(f(n))) = 6n$
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4f(x) \cdot y$
3. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x)^2 \geq (f(x) + y) \cdot f(x + y)$
4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x + y) + f(x) \cdot f(y) = f(x) + f(y) + f(xy)$
5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x \cdot f(y - x)) = f(y \cdot f(x)) - x^2$
6. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$,
 - $f(xyz) + f(x) + f(y) + f(z) = f(\sqrt{xy}) \cdot f(\sqrt{yz}) \cdot f(\sqrt{zx})$
 - $1 \leq x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$

בתיאבון!