

תרגיל 1

1. מספרים חיוביים a, b, c, d , מקיימים $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \geq 3$

וגם $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 \leq 5$. הראו כי $a + b + c + d \geq \frac{3}{2}$.

2. צלעות המשולש a, b, c ואורכי התיכונים המתאימים m_a, m_b, m_c . הראו כי

$$\frac{m_a}{a} + \frac{m_b}{b} + \frac{m_c}{c} \geq \frac{3(m_a + m_b + m_c)}{a + b + c}.$$

3. עבור $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ המקיימים $a + b + c = 2abc$, הוכיחו כי

$$\sqrt[3]{(a+b+c)^2} \geq \sqrt[3]{ab-1} + \sqrt[3]{ac-1} + \sqrt[3]{bc-1}.$$

4. עבור מספרים חיוביים a, b, c הראו כי

$$\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{16}} + \sqrt[3]{\frac{b^3+c^3}{16}} + \sqrt[3]{\frac{c^3+a^3}{16}}.$$

5. עבור מספרים אי-שליליים $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ הראו כי

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min\{a_i a_j, b_i b_j\} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min\{a_i b_j, b_i a_j\}$$

6. הראו כי $(1+x)^{\frac{1}{x}} + \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \leq 4$ לכל $x > 0$.