

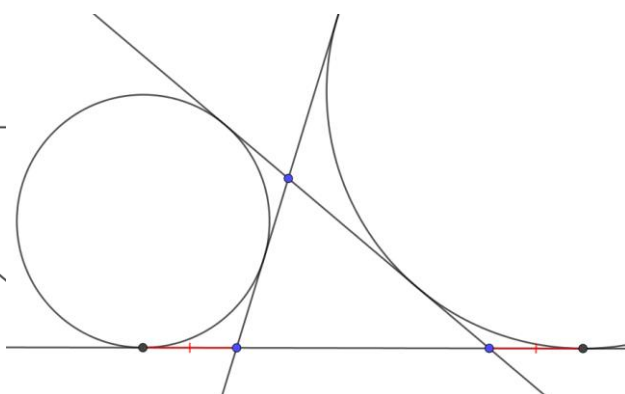
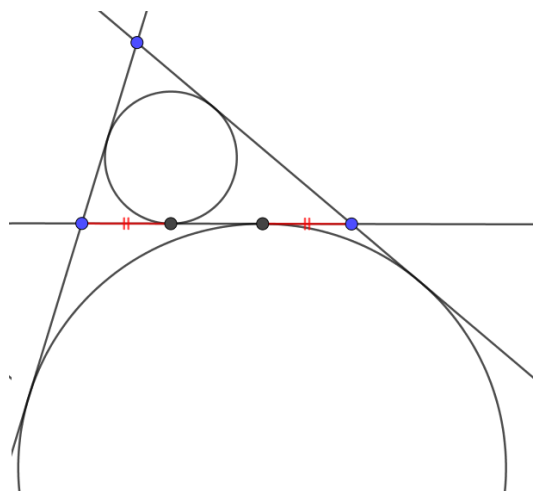
חשבון משיקים

1. נתון משולש ABC ומעגל המשיק לצלע BC בנקודה D ולהמשכי הצלעות AB, AC בנקודות E, F בהתאמה (המעגל החסום מבחוץ מול A). הוכיחו כי AE שווה למחצית מהיקף המשולש.

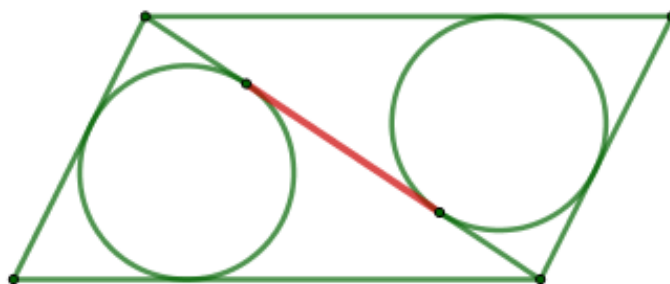
2. הוכיחו את שוויונות הקטעים הבאים:

א.

ב.



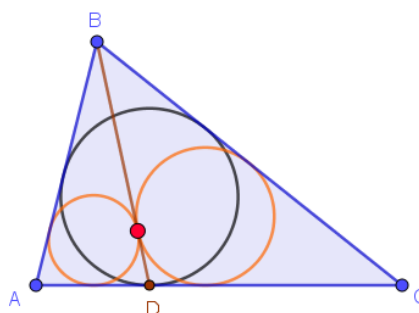
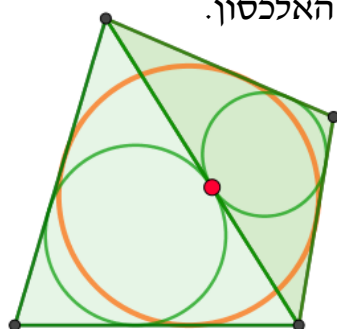
3. הראו כי בכל מקבילית ההפרש (בערך מוחלט) בין שתי צלעות סמוכות של המקבילית, שווה לאורך הקטע האדום בשרטוט:

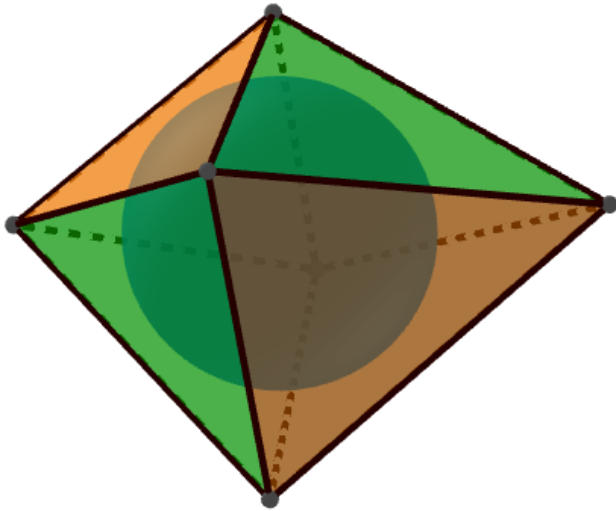


4.

א. במשולש ABC , חוצה הזווית B פוגש את הצלע AC בנקודה D . הוכיחו שהמעגלים החסומים במשולשים BAD ו- BCD משיקים זה לזה על BD .

ב. נתון מרובע חוסם מעגל ואלכסון במרובע שמחלק אותו לשני משולשים. הראו כי המעגלים החסומים בשני המשולשים משיקים זה לזה על האלכסון.





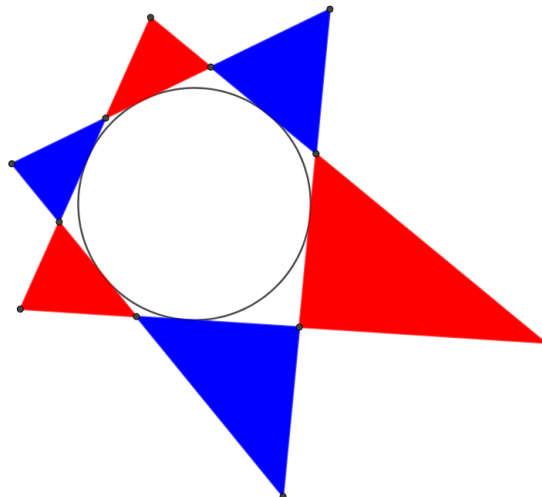
5. בתמניון מרחבי (לאו דווקא משוכלל) חסום כדור. פאות התמניון צבועות בירוק ובכתום, כך שכל שתי פאות סמוכות לפי צלע – שונות בצבען.

הוכיחו כי סכום השטחים בכל צבע זהה!

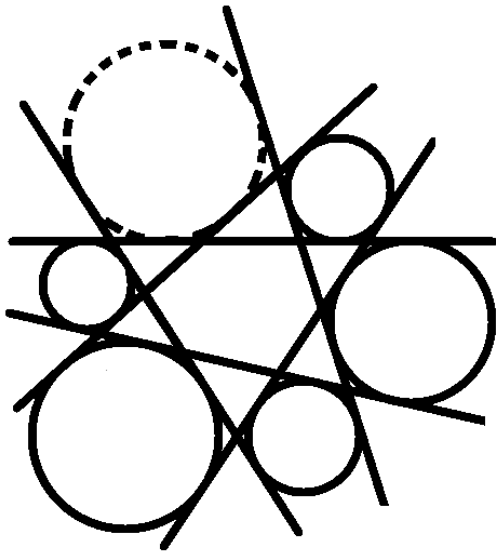
6. תהי מקבילית $ABCD$, המעגל החסום מבחוץ במשולש ABD מול הקודקוד A משיק ל- M, N ב- AB, AD . החיתוכים של MN עם BC, CD יסומנו P, Q . הוכיחו כי P, Q נמצאות על המעגל החסום במשולש BCD .

7. נתון משולש ABC . ישר l דרך A חותך את המשך הצלע BC בנקודה X כך ש- X קרובה ל- B יותר מאשר ל- C . המעגל החסום במשולש ABX משיק ל- AX בנקודה D . המעגל החסום מבחוץ מול X במשולש ACX משיק ל- AX בנקודה E . הראו כי אורך הקטע DE לא תלוי בבחירת הישר l .

8. נתונים שני משולשים שחוסמים את אותו המעגל. החלקים של המשולש הראשון שלא מכוסים על ידי המשולש השני נצבעו בכחול, והחלקים של המשולש השני שלא מכוסים על ידי המשולש הראשון נצבעו באדום. נוצרו כך 3 משולשים כחולים ו-3 משולשים אדומים. הוכיחו שאם סכום השטחים של המשולשים הכחולים שווה לסכום השטחים של המשולשים האדומים, אז גם סכום ההיקפים של המשולשים הכחולים שווה לסכום ההיקפים של המשולשים האדומים:

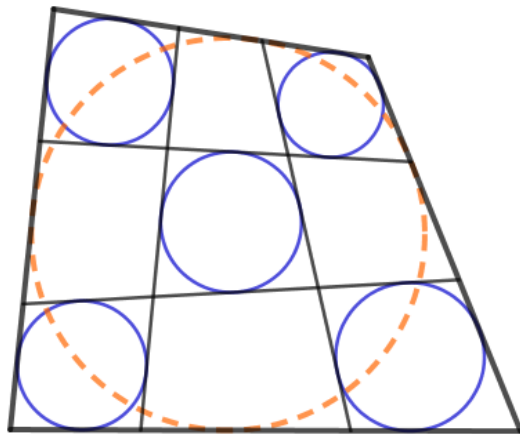


9. על הצלע BC של משולש ABC נבחרה נקודה X . נסמן ב- ω_B, ω_C את המעגלים החסומים ב- ABX, ACX . נקודת החיתוך של המשיק החיצוני המשותף של ω_B, ω_C (שהוא לא BC) עם AX תסומן ב- Y . הוכיחו כי האורך של AY לא תלוי בבחירה של X .



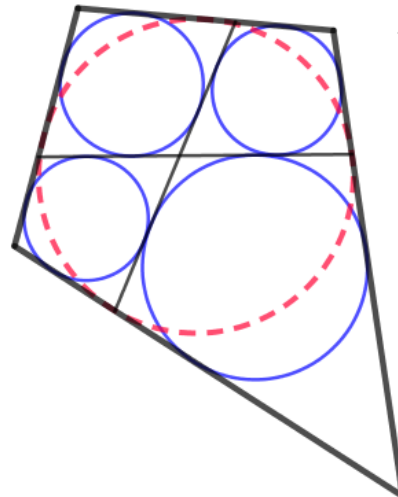
10. נתון השרטוט הבא בו יש 6 ישרים, ו-5 מעגלים שכל אחד משיק ל-4 מהישרים. הוכיחו שקיים מעגל שישי שגם הוא משיק ל-4 מהישרים, כפי שמשורטט בציור:

ב.



א.

11.



12. יהי טרפז $ABCD, AB \parallel CD$. חוצי הזוויות של $\angle A, \angle D$ נפגשים בנקודה E , חוצה הזוויות של $\angle B, \angle C$ נפגשים בנקודה F . הביעו את אורך הקטע EF באמצעות אורכי הצלעות של הטרפז.

בתיאבון!