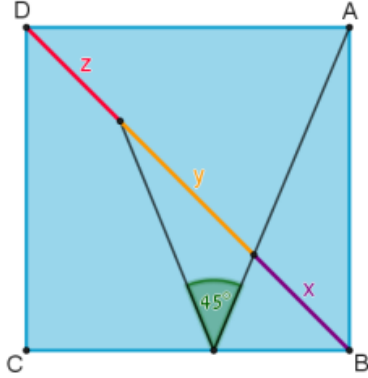
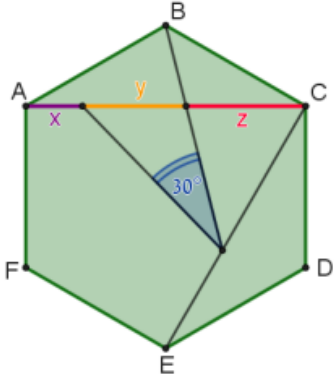


## לגזור ולהדביק

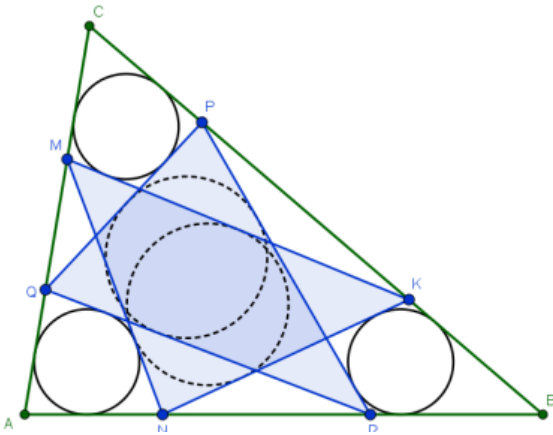
1. במרובע קמור  $ABCD$  מתקיים  $\sphericalangle ABD + \sphericalangle CDB = 180$  ובנוסף מתקיים  $\sphericalangle BDA + \sphericalangle DBC = \sphericalangle BCD$ . מה יותר גדול  $AD$  או  $AB + CD$ ?



2. א. נתון ריבוע  $ABCD$ . תהא  $E$  נקודה על הצלע  $BC$ . נסמן את החיתוך של  $AE, BD$  ב- $F$ . תהא  $G$  נקודה על  $BD$  כך ש- $\sphericalangle GEF = 45$  וכן בתוך המרובע  $AECD$ . הראו כי  $DG^2 + FB^2 = GF^2$ .  
 ב. נתון משושה משוכלל  $ABCDEF$ . תהא  $G$  נקודה על הצלע  $CE$ . נסמן את החיתוך של  $AC, BG$  ב- $H$ . תהא  $I$  נקודה על  $AC$  כך ש- $\sphericalangle IHG = 30$

וכן  $I$  בתוך המחומש  $BGEFA$ . הראו כי  $IH^2 = \frac{AI^3 + HC^3}{AI + HC}$ .

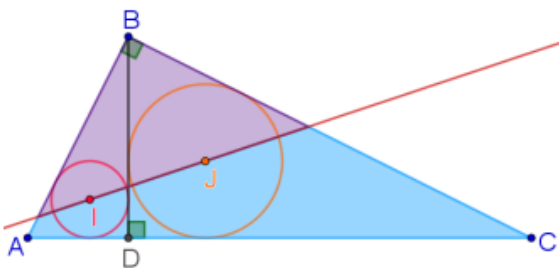
3. יהא משולש משוכלל  $ABC$  ותהא  $P$  נקודה כלשהי בתוכו. נסמן ב- $\alpha = \sphericalangle APB$  וב- $\beta = \sphericalangle APC$ . מצאו את זוויות המשולש שבנוי מהצלעות  $AP, BP, CP$  בעזרת  $\alpha, \beta$ .



4. בפינות משולש  $ABC$  נמצאים 3 מעגלים שווים בגודלם, שכל אחד מהם משיק לשתי צלעות קודקודי משולש  $MNK$  נמצאות על צלעות שונות של  $ABC$  וכל צלע של  $MNK$  משיקה לאחד המעגלים. משולש  $PQR$  זה משולש נוסף שיש לו בדיוק אותם תכונות שדרשנו ממשולש  $MNK$ . הראו כי מעגלים חסומים של המשולשים  $MNK$  ו- $PQR$  הם באותו גודל.  
 5. הוכיחו את משפט תלמי (את האי-שוויון).

6. יהא משולש שווה שוקיים  $ABC$  כאשר  $AB = AC$ . נסמן ב- $D, E$  נקודות על  $AB, AC$  בהתאמה כך שמתקיים:  $AD = CE$  וגם  $\sphericalangle ADE + \sphericalangle DEC = 60$ . הוכיחו ש- $DE = BC$ .

7. מתומן עם צלעות  $1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2$  לפי הסדר הזה חסום במעגל. מה השטח שלו?



8. משולש ישר זווית  $ABC$  חולק על ידי גובה  $BD$  לשני משולשים, שחוסמים מעגלים עם מרכזים בנקודות  $I$  ו- $J$ . הישר  $IJ$  מחלק את  $ABC$  לשני שטחים. איזה מהם גדול יותר?  
 9. נתון מרובע  $ABCD$  חסום במעגל, כך ש- $C$  שהיא הקוטב הדרומי במעגל, היא גם אמצע

הקשת  $BD$ . הוכיחו שהמשיק התחתון המשותף של המעגלים החסומים במשולשים  $ABC, ADC$  מקביל ל- $BD$ .  
 10. יהא משולש שווה שוקיים  $ABC$  עם זווית הראש  $\angle A = 20^\circ$ . תהא  $D$  נקודה על  $AB$  כך ש- $AD = BC$ . מצאו את הזווית  $\angle BDC$ .

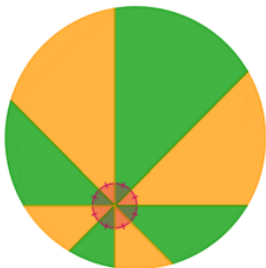
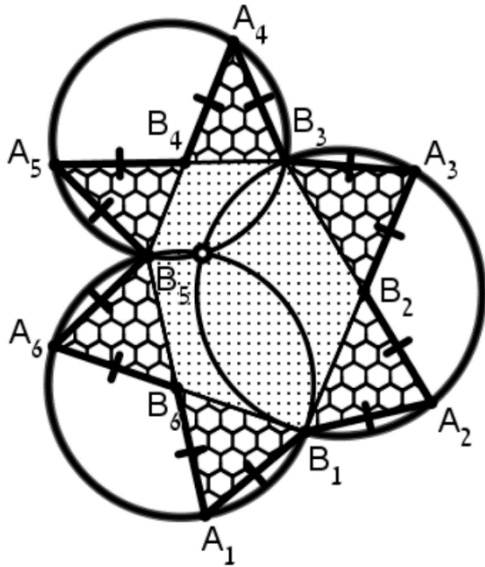
11. נסמן ב- $\Delta$  את שטח המשולש המשוכלל שצלעותיו באורך 1, וב- $\Theta$  את שטח המצולע המשוכלל בעל 9 צלעות שצלעותיו באורך 1. מצאו שלמים  $m, n$  כך ש:  

$$\Theta - 3\Delta = m \cdot \sin 40^\circ + n \cdot \sin 80^\circ$$

12. שאלה כתומה:

נתון מצולע שווה צלעות

$A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4B_4A_5B_5A_6B_6$  (לא קמור) בו הזוויות  $A_i$  חדות, והזוויות  $B_i$  גדולות מ- $180^\circ$  מעלות. הקטעים  $A_2B_3, A_3B_4$  נפגשים בנקודה  $B_2$ , וקצותיהם נמצאים על מעגל  $\alpha$ . הקטעים  $B_3A_5, A_4B_5$  נמצאים על מעגל  $\beta$ . הקטעים  $B_5A_1, A_6B_1$  נפגשים בנקודה  $B_6$ , וקצותיהם נמצאים על מעגל  $\gamma$ . מעגלים  $\alpha, \beta, \gamma$  נפגשים בנקודה אחת בתוך המשושה הקמור  $B_1B_2 \dots B_6$ .  
 מה יותר גדול: שטח המשושה  $B_1B_2 \dots B_6$  או סכום שטחי ששת המשולשים  $B_{i-1}A_iB_i$  (בהנחה ש- $B_0 = B_6$ )?



13. יהא מעגל  $\Omega$  ונקודה  $P$  בתוכו. דרכה מעבירים 4

ישרים שמחלקים את הזוויות בו ל-45 מעלות. הישרים הללו מחלקים את העיגול ל-8 שטחים. נצבע אותם בכתום וירוק לפי צביעת זברה. הוכיחו שהשטח השחור שווה לשטח הלבן.

14. מחומש קמור  $ABCDE$  מקיים ש- $CD = DE$  ובנוסף,  $\angle CDE \neq 2\angle ADB$ . בתוך המחומש נסמן נקודה  $P$  כך ש:  $AE = AP, BC = BP$ . הוכיחו ש- $P$  נמצאת על הצלע  $CE$  אם ורק אם מתקיים התנאי הבא על סכום השטחים:

$$S_{AED} + S_{BCD} = S_{APB} + S_{ADB}$$

בתיאבון (:)