

תרגיל שורשים

1. מצאו את $\left\lfloor \frac{1}{\sqrt{101}-10} \right\rfloor$

2. חשבו את 2024 הספרות אחרי הנקודה העשרונית של $(\sqrt{50} + 7)^{5784}$

3. פשטו את הביטויים הבאים:

א. $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ב. $2\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$

ג. $\sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}}$ ד. $\sqrt{10 + \sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60}$

4. פתרו בממשיים:

א. $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4$ ב. $\sqrt{(x+3) - 4\sqrt{x-1}} + \sqrt{(x+8) - 6\sqrt{x-1}} = 1$

ג. $\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}} = \sqrt{\frac{2x}{x + \sqrt{x}}}$

5. האם יש פתרון בשלמים למשוואה הבאה? האם יש פתרון ברציונליים?

$$(a + b\sqrt{5})^4 + (c + d\sqrt{5})^4 + (e + f\sqrt{5})^4 = 2 + \sqrt{5}$$

6. יהא a אי-רציונלי ויהא $n > 1$ טבעי.

הוכיחו כי המספר $\sqrt[n]{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt[n]{a - \sqrt{a^2 - 1}}$ אי רציונלי.

7. סדרו את המספרים הבאים בסדר עולה:

$$A = \sqrt{\frac{\sqrt[5]{1} + \sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{5}}} \quad B = \sqrt[5]{1 + \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{8}} \quad C = \frac{\sqrt[5]{16} + \sqrt[5]{8} + \sqrt[5]{2} - 1}{\sqrt[5]{125}}$$

8. נגדיר סדרות $a_n = \sqrt{4n + 2}$ ו- $b_n = \sqrt{n} + \sqrt{n + 1}$.

א. הוכיחו כי $[a_n] = [b_n]$ ב. הוכיחו כי $0 < a_n - b_n \leq \frac{1}{16n\sqrt{n}}$

9. רשמו פולינום בעל מקדמים רציונליים שאחד השורשים שלו הוא $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$

10. פתרו את המשוואה $\frac{x^7}{7} = 1 + \sqrt[7]{10} \cdot x(x^2 - \sqrt[7]{10})^2$

11. פשטו את הביטוי $\frac{\sum_{k=1}^{99} \sqrt{10 + \sqrt{k}}}{\sum_{k=1}^{99} \sqrt{10 - \sqrt{k}}}$

בתיאבון!