

זיווג

1. בשורה נמצאות 100 נורות כבויים וליד כל נורה כפתור שמשנה את המצב שלה (דלוק/כבוי). בדקה הראשונה לוחצים על כל הכפתורים, בדקה השנייה על כל כפתור שני, בדקה השלישית על כל כפתור שלישי וכך הלאה, בדקה ה-100 רק על הכפתור האחרון (כי מספרו מתחלק ב-100). כמה נורות יהיו דולקות בסוף?

2. איילה מניחה פרש על לוח שח במשבצת כלשהי לפי בחירתה, לאחר מכאן ברווז עושה מהלך עם הפרש, ואחר כך איילה עושה מהלך עם הפרש וכך הלאה לפי התור. השחקן שמביא את הפרש במשבצת שבה הוא כבר היה פעם – מפסיד. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

3. שלושה פיראטים קיבלו חבית מלאה בשתייה. לכל פיראט קצב שתייה קבוע משלו. לפי תור, כל פיראט שותה (בקצב שלו) במשך הזמן הדרוש לשני הפיראטים האחרים לשתות ביחד שליש מהחבית, וכך החבית נגמרת. פי כמה מהר יותר היו הפיראטים מסיימים את החבית לו היו שותים ממנה בו-זמנית?

4. מצאו את כל הרביעיות (a, b, c, n) של שלמים חיוביים עבורן מתקיים $a^{d(a)} + b^{d(b)} + c^{d(c)} + 1 = 10^n$, באשר $d(k)$ הוא כמות המחלקים החיוביים של k .

5. בחדר נמצאים שני שולחנות: על אחד מהם נמצאת כמות כלשהי של מטבעות, שצדם האחד שחור וצדו השני לבן. ראשון נכנס דני, כשהאור דולק, סופר כמה מהם עם הצד הלבן למעלה, וכמה עם הצד השחור, ומספר את הכמויות ליוסי. אחרי זה מכבים את האור, ויוסי נכנס. הוא הופך כמה מטבעות שהוא רוצה ומעביר כמה שהוא רוצה לשולחן השני (בלי לראות). האם תמיד הוא יכול לדאוג שמספר מטבעות עם הצד הלבן למעלה בשני השולחנות יהיה שווה?

6. בקבוצה 100 איברים. מה יש יותר, תתי-קבוצות בגודל שמתחלק ב-4 או תת-קבוצות בגודל זוגי שאינן מתחלק ב-4?

7. איילה וברווז מסמנים משבצות ריקות בלוח אינסופי לפי התור: איילה ב-X, ברווז ב-O. מי שיוצר רצף של 5 במאונך או במאוזן, מנצח. איילה מתחילה. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

8. על השולחן נמצאות 10 ערמות של פטריות. הכמויות של הפטריות בערמות שונות הן שונות; אבל אם נחלק ערמה כלשהי לשתי ערמות לא ריקות, אז תהיינה שתי ערמות עם כמות זהה של פטריות. מהי הכמות המרבית של פטריות על השולחן?

9. גילה ושוקי משחקים בתורות על לוח משבצות 76×76 (שבהתחלה שחור). בכל תור שלה גילה צובעת משבצת שחורה בכחול, ובכל תור שלו שוקי צובע משבצת שחורה בלבן. גילה מתחילה. מטרתה ליצור גוש כחול של משבצות סמוכות (לפי צלע) שמורכב מלפחות 200 משבצות. האם שוקי יכול להפריע לה?

10. יוסי ודני משחקים במשחק הבא. בהתחלה על השולחן מונחות 11 ערימות של 10 אבנים כל אחת. כל שחקן בתורו לוקח 1, 2 או 3 אבנים, אבל יוסי במהלך שלו לוקח את כל האבנים מאותה ערימה (כלשהי), ודני לוקח כל אבן מערימה שונה (במקרה שהוא לוקח יותר מאבן אחת). יוסי מתחיל. מפסיד מי שלא יכול לבצע מהלך. למי מהשחקנים יש אסטרטגיה מנצחת?

11.* איה ובני יוצאים לטיול בארכיפלג 2009 האיים (אזור בתוך הים שמורכב מ-2009 איים). איים מסוימים מחוברים במסלולי סירות דו-כיווניים. איה ובני משחקים משחק בזמן הטיול: איה בוחרת את האי הראשון בו יעגנו. כעת, כל אחד בתורו בוחר מהו האי הבא אליו הם מפליגים, מבין האיים בהם עוד לא ביקרו, כאשר בני מתחיל. שחקן שאין לו מהלך חוקי, מפסיד. הוכיחו כי איה תמיד יכולה לנצח.