

חסמים בתורת המספרים

1. מצאו את ה- n השלם הגדול ביותר על מנת ש- $4^n + 2^{2024} + 1$ יהיו ריבוע שלם.

2. הוכיחו כי $\lfloor \sqrt{n} + \sqrt{n+1} \rfloor = \lfloor \sqrt{4n+2} \rfloor$ לכל n טבעי.

3. האם יתכן שהמספרים $2^k - 1$ ו- 2^n כאשר $n \neq k$ מורכבים מאותן ספרות שרשומים בסדר אחר? אסור שהמספר יתחיל מ-0.

4. לפתור בשלמים: $y^3 = x^3 + x^2 + x + 33$.

5. מצאו את כל השלמים החיוביים n עבורם מתקיים ש-

$$1! \cdot 3! \cdot 5! \cdot \dots \cdot (2n-1)! = \left(\frac{n \cdot (n+1)}{2} \right)!$$

6. מצאו את כל השלשות (a, b, c) של מספרים שלמים חיוביים עבורם המספר $(a+1)(b+1)(c+1)$ מתחלק ב- abc .

7. לפתור בשלמים: $a^6 + a^4 + 54a^2 = b^4$.

8. לפתור בשלמים: $a^4 + 2a^3 + 2a^2 + 7a + 1 = b^2$.

בתאבון!