

## הזזות בגיאומטריה

1. המעגלים  $\alpha, \beta$  נחתכים בנקודות A ו-B. C נקודה נתונה על המעגל  $\alpha$ . הישרים AC ו-BC חותכים שנית את  $\beta$  בנקודות D ו-E. הוכיחו כי הקטע שמחבר את C למרכז המעגל  $\alpha$  מאונך ל-DE.
2. נתון משולש ABC. נבחרו נקודות D ו-E על הישרים AB ו-AC בהתאמה, כך שהמרובע BCED חסום במעגל שרדיוסו שווה לרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC. אמצע BC יסומן ב-M. הישרים DM ו-EM חותכים את המעגל החוסם של ABC בנקודות P ו-Q, כך ש-M נמצאת בין D ל-P ובין E ל-Q. הוכיחו כי  $AQ=AP$ .
3. (א) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O. הישרים AB ו-AC חותכים שנית את המעגל החוסם של BOC בנקודות D ו-E בהתאמה. הנקודה הנגדית ל-O על מעגל זה היא K. הוכיחו כי המרובע ADKE הינו מקבילית.
- (ב) הסיקו את למת התיכושקף:  
במשולש ABC המשיקים למעגל החוסם בנקודות B ו-C נפגשים בנקודה T. אמצע הצלע BC היא M. אז מתקיים כי  $\sphericalangle BAM = \sphericalangle CAT$ .
4. נתון משולש חד זוויות ABC. בוחרים ישר כלשהו במישור, ומשקפים אותו ביחס לכל אחת מצלעות המשולש. יהי J מרכז המעגל החסום במשולש שמתקבל על ידי שלושת הישרים. הוכיחו כי J נמצאת על המעגל החוסם של ABC.
5. מחומשים  $A_1A_2A_3A_4A_5$  ו- $B_1B_2B_3B_4B_5$  משוכללים (אורכי הצלעות a ו-b בהתאמה).  
א. נניח שהמספור הוא עם כיוון השעון בשני המחומשים. לכל  $i$  בין 1 ל-5, נסמן ב- $M_i$  את אמצע  $A_iB_i$ . מה ניתן להגיד על המחומש  $M_1M_2M_3M_4M_5$ ?  
ב. נניח שהמספור באחד מהמחומשים הוא עם כיוון השעון, ובמחומש האחר הוא נגד כיוון השעון. בוחרים נקודה  $N_i$  על הקטע  $A_iB_i$  כך ש- $A_iN_i : N_iB_i = a : b$ . מה אפשר להגיד על הנקודות  $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5$ ?
6. במשולש ABC מעבירים גובה AD. נתונות נקודות E ו-F ששונות מ-D, כך ש EDF ישר. נתון כי  $\sphericalangle AEB = \sphericalangle AFC = 90^\circ$ . נסמן את אמצעי BC ו-EF ב-M ו-N בהתאמה. הוכיחו כי  $\sphericalangle ANM = 90^\circ$ .
7. נתון משולש ABC, בו AD חוצה זווית. נתונה נקודה E על הישר AB כך ש- $\sphericalangle ADE = 90^\circ$ . נתונה נקודה R על AD כך ש- $\sphericalangle AER = 90^\circ$ . התיכון מ-A במשולש חותך את DE בנקודה S. הוכיחו כי  $SR \perp BC$ .